UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Underveiseksamen i:	MAT1001 – Matematikk I.
Eksamensdag:	Mandag 22/3, 2010.
Tid for eksamen:	Kl. 15.00–17.00.
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator og ett tosidig ark med egne notater.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Kandidatnr. ___________

I hver oppgave er det gitt fem svaralternativer. Det skal settes kun ett kryss for hver oppgave. Riktig svar gir 3 poeng. Galt svar gir 0 poeng. Ikke avgitt svar regnes som galt svar og gir også 0 poeng. Det samme er tilfelle dersom det er satt flere kryss på samme oppgave. Merk at den vesle firkanten alltid står til venstre for svaralternativet. Du kan maksimalt oppnå 33 poeng på midtveiseksamen.

1) La a være et reelt tall. Løs det lineære likningssystemet

$$\begin{aligned} x + 3y &= 4 \\ x - y &= 4a. \end{aligned}$$

Vi er ute etter verdien til y.

☐ $-a$ ☒ $1-a$ ☐ 4 ☐ $1+a$ ☐ a

2) La a være et reelt tall. Et inhomogent lineært likningssystem er gitt ved

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ -x + az &= 1 \\ x + z &= 1. \end{aligned}$$

Hvilken verdi av a gir oss et inkonsistent likningssystem?

☐ -2 ☒ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

3) La a være et reelt tall. Regn ut determinanten til matrisen A,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix}.$$

☐ -2 ☒ $2a-2$ ☐ 0 ☐ $2a+2$ ☐ 2

4) Hvilket av følgende tall er en egenverdi for matrisen M,

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

☐ -2 ☐ -1 ☐ 0 ☒ 1 ☐ 2

5) Hvilken av vektorene under er en egenvektor for matrisen B,

$$B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

☐ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ☒ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

6) Treningssenteret *Hopp og sprett* ønsker å bruke teori fra populasjonsdynamikk til å lage en matematisk modell for hvor mange av deres medlemmer som trener ved senteret en gitt dag.

La x_n betegne antall medlemmer som trener på senteret ved dag n. La y_n betegne antall medlemmer som *ikke* trener der ved dag n.

Observasjoner viser at 60% av medlemmene som trente en dag også trener neste dag. 30 % av medlemmene som *ikke* trente en dag, trener neste dag. Finn overgangsmatrisa M i den matematiske modellen under.

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$$

☐ $\begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$ ☒ $\begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 \\ 0.7 & 0.6 \end{bmatrix}$ ☐ $\begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 \\ 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$

7) Imaginærdelen til uttrykket $2(1-i)(1+i)-2$ er gitt ved

☐ -2 ☐ -1 ☒ 0 ☐ 1 ☐ 2

8) Et komplekst tall er gitt ved $z = e^{i\frac{\pi}{6}} \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\pi}$. Den kartesiske formen til dette komplekse tallet er gitt ved

☐ -1 ☐ i ☐ $1+i$ ☐ $\sqrt{2}i$ ☒ $-1+i$

9) En første ordens inhomogen lineær differenslikning er gitt ved

$$x_{n+1} + \frac{2}{3}x_n = -\frac{10}{3}.$$

Når $n \to \infty$, vil x_n gå mot

☒ -2 ☐ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

10) Gitt en andre ordens homogen lineær differenslikning

$$x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = 0$$

med initialverdier $x_0 = 2$, $x_1 = 1$. Hva er verdien av x_{2010}?

☐ -2 ☐ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☒ 2

11) Vi tar så for oss den inhomogene likningen

$$x_{n+2} - x_n = 4n.$$

Den generelle løsningen til denne likningen er gitt ved summen av en homogen del og en spesiell del. Den spesielle delen av løsningen er her gitt ved

☐ $4n$ ☐ $4n^2+n$ ☐ $n-2$ ☒ n^2-2n ☐ $n+4$

SLUTT