UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1010 — Matematikk i praksis 2.
Eksamensdag:	Tirsdag 13. juni 2006.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige hjelpemidler og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Betrakt differensiallikningsystemet

$$\begin{aligned} \tfrac{dx}{dt} &= x + 3y - 5 \\ \tfrac{dy}{dt} &= 3x + y - 7 \end{aligned} \tag{1}$$

a) Finn likevektspunktet for systemet og den generelle løsningen.

b) Bestem den løsningen av systemet (1) som oppfyller initialbetingelsen $x(0) = 5$, $y(0) = 0$.

Oppgave 2.

En funksjon er gitt ved

$$f(x, y) = 1 + 2xy - x^3 - y^3$$

a) Finn de stasjonære punktene til f, og bestem typen av disse.

(Fortsettes side 2.)

b) Finn største og minste verdi av f på området R gitt ved $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Skisser grafen til f over R, og beregn volumet mellom grafen og xy-planet.

Oppgave 3.

Beregn dobbeltintegralet

$$\iint_D xy\, dx\, dy$$

hvor D er området i xy-planet definert ved $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x^2+y^2 \leq 1$. Bestem middelverdien av integranden over området.

Oppgave 4.

Avgjør for hvilke verdier av konstantene a og b vektorfeltet

$$\mathbb{F}(x,y) = (y\ln y + axy, x\ln y + x^2 + bx), \qquad y > 0$$

har et potensial. Finn i dette tilfellet en potensialfunksjon ϕ for $\mathbb{F}$ slik at $\phi(0,1) = 0$.

SLUTT