UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT 1010 — Matematikk i praksis II.
Eksamensdag:	Mandag 8.juni 2009.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige hjelpemidler og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

a) Finn den generelle løsningen av differensialligningssystemet

$$\frac{dx}{dt} = 3x - 5y$$
$$\frac{dy}{dt} = 2x + y$$

b) Finn den løsningen av systemet

$$\frac{dx}{dt} = 3x - 5y + 1$$
$$\frac{dy}{dt} = 2x + y + 5$$

som oppfyller $x(0) = -1$ og $y(0) = -2$.

Oppgave 2

En uendelig tallfølge a_n er gitt ved at $a_0 = 0$, $a_1 = 2$ og at alle tallene er halvparten av differensen mellom neste og foregående tall, dvs. $a_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_{n-1})$ når $n \geq 1$. Finn formelen for a_n.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3

Finn de to komplekse kvadratrøttene til $-2 + (2\sqrt{3})i$ og løs annengradsligningen $z^2 - (\sqrt{3} + i)z + 1 = 0$.

Oppgave 4

La $f(x, y) = ye^{2x - x^2 - y^2}$.

a) Finn ligningen til tangentplanet til grafen til f i punktet $(0.2, 0.6, 0.6)$.

b) Finn de stasjonære punktene til f og bestem deres type.

c) Finn maksimum og minimum av f på sirkelen $x^2 + y^2 = 5$.

Oppgave 5

La $D \subset \mathbf{R}^2$ være den "halve kirkedøra" gitt ved

$$D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 + \sqrt{1 - x^2}\}$$

Finn tyngdepunktet til D.
(Du kan bruke at $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx = \pi/4$ og $\int_0^1 x\sqrt{1 - x^2} dx = 1/3$.)

SLUTT