

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

- Eksamen i                    MAT 1010 — Matematikk i praksis II.  
Eksamensdag:                Torsdag 9. juni 2011.  
Tid for eksamen:            14.30–18.30.  
Oppgavesettet er på 2 sider.  
Vedlegg:                     Ingen.  
Tillatte hjelpemidler:    Alle skriftlige hjelpemidler og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

### Oppgave 1

- a) Finn den generelle løsningen av differensialligningssystemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} &= -15x + 7y\end{aligned}$$

- b) Finn den løsningen av systemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -5x + 3y + 8 \\ \frac{dy}{dt} &= -15x + 7y + 22\end{aligned}$$

som oppfyller  $x(0) = 2$  og  $y(0) = 0$ .

### Oppgave 2

Ola har en beholder på 1 liter med en blanding av blekk og vann. Han tømmer ut 1 dl av blandingen, fyller på med 1 dl blekk og rører rundt til alt er jevnt fordelt. Han gjentar så denne prosessen noen ganger. Hvis blandingen han begynte med hadde en blekk-konsentrasjon på 0.2 (dvs. 20% blekk), hvor mange ganger må han gjøre dette for at blekk-konsentrasjonen skal overstige 0.8 ?

(Fortsettes på side 2.)

### Oppgave 3

Løs den komplekse annengradsligningen  $z^2 + (1 + \sqrt{3}i)z + \sqrt{3}i = 0$ .

### Oppgave 4

- La  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ . Finn de stasjonære punktene til  $f$  og bestem deres type.
- La  $g(x, y) = 5x^2 + 6xy + 5y^2$ . Finn den retningsderiverte av  $g$  i punktet  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  i retningen  $[1, 1]$ .
- Finn største og minste avstand fra origo til kurven  $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$ .

### Oppgave 5

La  $D \subset \mathbf{R}^2$  være sirkelsektoren gitt ved

$$D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$$

Finn tyngdepunktet til  $D$ .

SLUTT