1. MAT 1012, Øvelsesoppgaver, 1.-5. mars 2010

1.1. Hvilke av parene av vektorer står normalt på hverandre?

a) $(1, 0)$ og $(0, 1)$
b) $(1, 2)$ og $(2, 1)$
c) $(2, 3)$ og $(-3, 2)$

1.2. Hvilke av parene av vektorfelt står normalt på hverandre?

a) $(x, y - 2)$ og $(2 - y, x)$
b) $(x, -y)$ og $(y, -x)$
c) $(x^2 - x, xy)$ og $(y, 1 - x)$

1.3. Et vektorfelt er gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = (-1, 1)$.

a) Vis at vektorfeltet $\mathbf{F}^{\perp}$ har et potensial.
b) Finn et potensial for $\mathbf{F}^{\perp}$.
c) Finn en kurve som går gjennom punktet $(2, 2)$ og slik at tangenten til kurven i hvert punkt på kurven er parallell med vektorfeltet $\mathbf{F}$.

1.4. Et vektorfelt er gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = (1, 2x)$.

a) Vis at vektorfeltet $\mathbf{F}^{\perp}$ har et potensial.
b) Finn et potensial for $\mathbf{F}^{\perp}$.
c) Finn en kurve som går gjennom punktet $(0, 1)$ og slik at tangenten til kurven i hvert punkt på kurven er parallell med vektorfeltet $\mathbf{F}$.

1.5. Et vektorfelt er gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = (-x^2, 2xy + 2)$.

a) Vis at vektorfeltet $\mathbf{F}^{\perp}$ har et potensial.
b) Finn et potensial for $\mathbf{F}^{\perp}$.
c) Finn en kurve som går gjennom punktet $(1, 1)$ og slik at tangenten til kurven i hvert punkt på kurven er parallell med vektorfeltet $\mathbf{F}$.

2. Vektorkalkulus III

2.1. Beregn sirkulasjonen for vektorfeltene.

a) $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 y, xy^3)$
b) $\mathbf{F}(x, y) = (x, x^2)$
c) $\mathbf{F}(x, y) = (y^2, x^2)$

2.2.

a) Beregn sirkulasjonen til vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 - y^3, x^3 - y^2)$.
b) Finn de kritiske punktene til sirkulasjonen og avgjør hvor den har sin minste verdi.

2.3. Beregn sirkulasjonen for vektorfeltene.

a) $\mathbf{F}(x, y) = (3x^2y^2 + 1, 2x^3y + 1)$
b) $\mathbf{F}(x, y) = (3x^2e^y, 2x^3e^y)$
c) $\mathbf{F}(x, y) = (y \cos(xy), x \cos(xy))$

2.4. Beregn sirkulajonen til vektrofeltene og dens største verdi.

a) $\mathbf{F}(x, y) = (ye^{xy}, xe^{xy})$
b) $\mathbf{F}(x, y) = (\sin y, \cos x)$

2.5. Vi har gitt en nivåkurve $f(x, y) = C$. Tangentvektorfeltet til denne kurven er gitt ved $\mathbf{T}(x, y) = (-\frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial x})$. Vis at sirkulasjonen til tangentfeltet er gitt ved $f_{xx} + f_{yy}$, hvor vi bruker notasjonen $f_x = \frac{\partial}{\partial x}$, osv.

2.6. Regn ut $f_{xx} + f_{yy}$ for funksjonene

a) $f(x, y) = 2x + 3y - 1$
b) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 1$
c) $f(x, y) = e^{xy}$