1. MAT 1012, øvelsesoppgaver, 8.-12. mars 2010

1.1. Beregn dobbeltintegralet $\iint_D f(x,y)dx\,dy$ for

a) $f(x,y) = xye^{x^2y^2}$, hvor $D = [1,3] \times [1,2]$.
b) $f(x,y) = xy + \frac{x}{y+1}$, hvor $D = [1,4] \times [1,2]$.
c) $f(x,y) = \sin xe^y$, hvor $D = [0,\pi] \times [-1,0]$.

1.2. Beregn dobbeltintegralet $\iint_D f(x,y)dx\,dy$ for

a) $f(x,y) = x^2 + y^2$, hvor $D = [-1,1] \times [-1,1]$.
b) $f(x,y) = x^4y^2 + x^2y^4$, hvor $D = [0,1] \times [0,1]$.
c) $f(x,y) = xe^{xy}$, hvor $D = [0,1] \times [-1,1]$.

1.3. Finn volumet av legemet som ligger mellom området $[0,1] \times [0,1]$ i xy-planet og grafen til funksjonen$f(x,y) = x + y$.

1.4. En eske har grunnflate $G = [0,1] \times [0,1]$ og høyde gitt ved funksjonen $g(x,y) = 4 - x - y$. Finn volumet av esken.

1.5. Beregn dobbeltintegralene.

a) $\int_0^2 \int_{y^2-1}^{y^3} 3\,dx\,dy$
b) $\int_0^1 \int_x^{2x} (x+y)^2\,dy\,dx$
c) $\int_0^1 \int_0^{3y} e^{x+y}\,dx\,dy$

1.6. Finn gjennomsnittsverdien av $x^2 + y^2$ over følgende områder:

a) Kvadratet $[0,1] \times [0,1]$
b) Kvadratet $[a, a+1] \times [0,1]$, hvor $a > 0$.
c) Kvadratet $[0,a] \times [0,a]$, hvor $a > 0$.

1.7. Finn tyngdepunktet til området i xy-planet som ligger mellom grafen til $y = 1 - x^2$ og $-1 \leq x \leq 1$ på x-aksen.

1.8.

a) Finn arealet til området i xy-planet som ligger mellom grafene til $f(x) = x^2$ og $g(x) = x^3$, og for $0 \leq x \leq 1$.
b) Finn tyngdepunktet til området beskrevet i oppg. a).

2. Kurveintegraler I

2.1. Skriv kurvene på parameterform:

a) $x - y = 0$
b) $x^2 - y = 2$
c) $x^2 + y^2 = 1$

2.2. Finn en likning for de parametriserte kurvene

a) $\mathbf{r}(t) = (2t+1, t-2)$
b) $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3)$
c) $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t, t-1)$

2.3. Finn skjæringspunktene mellom de to kurvene $\mathbf{r}_1(t) = (t^2+1, 1-t)$ og $\mathbf{r}_2(t) = (t, 2t-4)$.

2.4. Finn en tangentvektor og en normalvektor de kurvene

a) $\mathbf{r}(t) = (2t+1, t-2)$
b) $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3)$
c) $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t, t-1)$

2.5. Regn ut buelengden av kurvene over de gitte intervallene.

a) $\mathbf{r}(t) = (t+1, 2t+1)$, $0 \leq t \leq 2$

b) $\mathbf{r}(t) = (at, bt)$, $0 \leq t \leq 1$

2.6. Regn ut buelengden av kurvene over de gitte intervallene.

a) $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^2)$, $0 \leq t \leq 1$

b) $\mathbf{r}(t) = (t^3, t^3)$, $0 \leq t \leq 1$

2.7. Regn ut buelengden av kurvene over de gitte intervallene.

a) $\mathbf{r}(t) = (\sin t, \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

b) $\mathbf{r}(t) = (t, t^{\frac{3}{2}})$, $0 \leq t \leq 5$