UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Underveiseksamen i:	MAT1012 – Matematikk 2
Eksamensdag:	Onsdag 24/3, 2010.
Tid for eksamen:	Kl. 15.00–17.00.
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Kandidatnr. __________

De første 6 oppgavene er flervalgsoppgaver med tre svaralternativer. Svarene avgis i svartabellen nedenfor. Det skal settes kun ett kryss for hver oppgave. Ikke avgitt svar regnes som galt svar og gir 0 poeng, det samme er tilfelle dersom det er satt flere kryss på samme oppgave. Hver oppgave gir 2 poeng for rett svar. Til sammen 12 poeng. De resterende 7 delspørsmålene gir 0-3 poeng, maks 21 poeng. Til sammen kan du oppnå 33 poeng.

Oppgave	Alt. a)	Alt. b)	Alt. c)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Sett kryss for det du tror er rett svaralternativ. Oppgavene står på neste side. Besvarelsene på oppgaven 7, 8, 9 og 10 leveres på egne ark.

Oppgave 1. Finn Taylorpolynomet av grad 2 til funksjonen $f(x) = e^{\sin x}$, utviklet om $x = 0$.
Svaralternativer:
a) $1 + x + \frac{1}{2}x^2$ b) $1 + x + x^2$ c) $1 + x - \frac{1}{2}x^2$

Oppgave 2. Hvilket av svaralternativene angir et kritisk punkt for funksjonen

$$f(x, y) = x^3y + xy + \frac{2}{3}y^3 - 4x$$

Svaralternativer:
a) $(-1, 1)$ b) $(-1, 0)$ c) $(1, 1)$

Oppgave 3. Hva slags kritisk punkt er punktet $(-1, 1)$ for funksjonen

$$f(x, y) = 2y^3 - 12x + 3x^3y + 3xy$$

Svaralternativer:
a) Lokalt maksimum b) Sadelpunkt c) Lokalt minimum

(Husk: $H > 0$ gir lokalt maks/min; maks: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$, min: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$, $H < 0$ gir sadelpunkt)

Oppgave 4. En funksjon $y = f(x)$ er løsning av differensiallikningen $y' = y^2$ med initialbetingelsen $f(0) = 1$. Finn Taylorpolynomet til f av grad 2.
Svaralternativer:
a) $1 - x + x^2$ b) $1 + x + x^2$ c) $1 + x + \frac{1}{2}x^2$

Oppgave 5. Beregn dobbeltintegralet

$$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} xy - ye^{xy}\, dx\, dy$$

Svaralternativer:
a) 1 b) $e - \frac{1}{e}$ c) 0

Oppgave 6. Regn ut buelengden av kurven $\mathbf{r}(t) = (\frac{3}{2}t, t^{\frac{3}{2}})$ der $0 \le t \le \frac{5}{4}$.
Svaralternativer:
a) 4 b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{19}{8}$

Oppgave 7.

a) Avgjør om det uekte integralet $\int_1^\infty \frac{x^2}{x^3+1}\,dx$ eksisterer. Begrunn svaret.

b) Avgjør om den uendelige rekka $\sum_{n=1}^\infty \frac{n^2}{n^3+1}$ konvergerer. Begrunn svaret.

Oppgave 8. Et vektorfelt er gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = (\sin x + y\cos x, \sin x)$.

a) Vis at feltet er konservativt.

b) Finn et potensial for feltet.

Oppgave 9. Beregn kurveintegralet av funksjonen $f(x, y) = 2xy$ langs kurven

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t), \quad 0 \le t \le 2\pi$$

Oppgave 10.

a) Regn ut sirkulasjonen til feltet $\mathbf{F}(x, y) = (e^{xy} + xye^{xy}, x^2e^{xy})$.

b) Beregn kurveintegralet av dette vektorfeltet langs den lukkede kurven $x^2 + y^2 = 1$, nøyaktig en runde mot klokka.