

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

- Eksamen i:                   MAT 1030 — Diskret matematikk.
- Eksamensdag:               Onsdag, 17. desember 2003.
- Tid for eksamen:           09.00 – 12.00.
- Oppgavesettet er på 2 sider.
- Vedlegg:                     Ingen.
- Tillatte hjelpemidler:    Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

### Oppgave 1.

- a) Vis at utsagnsformene  $p \rightarrow q \vee r$  og  $\sim r \rightarrow (p \rightarrow q)$  er logisk ekvivalente.
- b) For vilkårlige mengder  $A, B$  og  $C$  gjelder

$$A - (B \cup C) = (A - B) - C \quad (*)$$

Illustrer (\*) med Venn-diagram, og gi også et bevis for (\*) med hjelp av mengdealgebra.

### Oppgave 2.

Skriv tallet med binær representasjon  $11010011_2$  i desimalrepresentasjon. Hva er binær representasjon til 287?

### Oppgave 3.

La tallfølgen  $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$  tilfredsstille rekursjonsrelasjonen

$$a_k = 4a_{k-1} - 4a_{k-2} \quad \text{for } k \geq 2,$$

med  $a_0 = 1$  og  $a_1 = 3$ .

Vis at  $a_k = (2+k)2^{k-1}$  for  $k \geq 0$ . (Bruk den metoden du foretrekker.)

(Fortsettes side 2.)

## Oppgave 4.

En person skal velge åtte mynter av fem ulike myntsorter: 50 øre, og 1, 5, 10, og 20 kr.

- Hvor mange forskjellige valg fins det?
- Hvor mange valg er det med høyst to 20 kr. mynter?

## Oppgave 5.

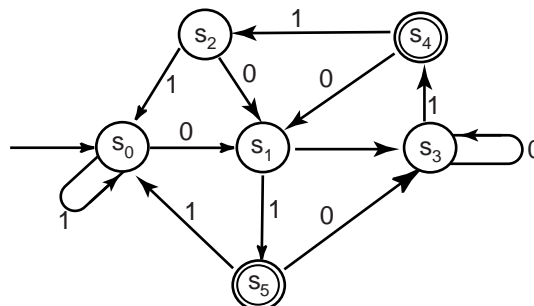
- En endelig tilstandsmaskin  $A$  med tilstandsmengde  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$  og input-alfabet  $I = \{1, 2\}$  er gitt ved neste tilstand-tabellen

		1	2
→	$s_0$	$s_1$	$s_2$
	$s_1$	$s_2$	$s_3$
	$s_2$	$s_3$	$s_1$
$a$	$s_3$	$s_1$	$s_2$

der  $s_3$  er eneste aksepterende tilstand.

Tegn overgangsdigram for  $A$ , og verifiser at ordene 111, 21, 222, 11211 og 1212 er med i språket til  $A$ . Bestem språket til  $A$ .

- La en endelig tilstandsmaskin  $B$  med input-alfabet  $I = \{0, 1\}$  være gitt ved overgangsdigrammet



( $s_4$  og  $s_5$  er de aksepterende tilstandene til  $B$ ). Bestem kvosientmaskinen  $\bar{B}$  til  $B$ . Hva er språket til  $B$ ?

SLUTT