

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT1030 — Diskret Matematikk.

Eksamensdag: Fredag 10. juni 2011.

Tid for eksamen: 09.00–12.00.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Hvert punkt er gitt en poengsum. Maksimalt oppnåelig poengsum er 100. Alle svar skal begrunnes.

### Oppgave 1 (vekt 6+8 poeng)

- a) Bestem om følgende utsagn er en tautologi, en kontradiksjon eller ingen av delene.

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg r \rightarrow (p \wedge q)).$$

- b) Finn et ekvivalent utsagn hvor vi bare bruker bindeordene  $\wedge$ ,  $\vee$  og  $\neg$ , og skriv videre utsagnet om til et utsagn på svak normalform.

### Oppgave 2 (vekt 6+6 poeng)

- a) Finn den generelle løsningen av rekurenslikningen

$$f(n+2) = \frac{5}{2}f(n+1) - f(n).$$

- b) Finn den spesielle løsningen av likningen i a) hvor  $f(1) = \frac{3}{2}$  og  $f(2) = \frac{15}{4}$ .

(Fortsettes på side 2.)

**Oppgave 3** (vekt 12 poeng)

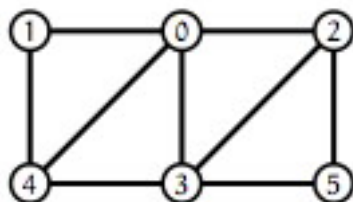
Bruk induksjon til å vise at

$$\sum_{k=0}^{n-1} 3(k^2 + k + 1) = n^3 + 2n$$

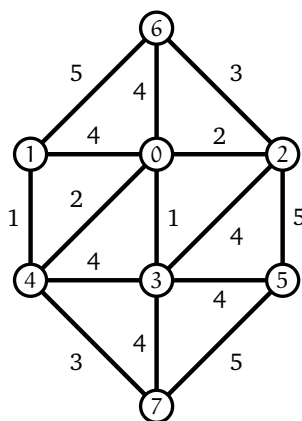
for alle tall  $n \geq 1$ .

**Oppgave 4** (vekt 6 poeng)

Bestem om følgende graf har en Eulerkrets eller en Eulersti.

**Oppgave 5** (vekt 8 + 10 poeng)

La  $G$  være den vektete grafen



- Finne et utspennende tre (spanning tree) i  $G$  med minimal vekt.
- Bruk Dijkstras algoritme til å finne et utspennende tre i  $G$  som gir minst avstand fra hver enkelt node til node 1.

(Fortsettes på side 3.)

**Oppgave 6** (vekt 6+6+8 poeng)

I denne oppgaven ber vi om matematiske uttrykk, og ikke utregnede svar.

- a) Et tog med ti vogner skal bestå av en spisevogn, fire sovevogner og fem sitteplassvogner.  
På hvor mange måter kan vi sette opp vognene i rekkefølge, når alle sovevognene betraktes som like og alle sitteplassvognene betraktes som like.
- b) Et markedsanalyseselskap vil intervjuer to passasjerer i hver vogn. Hvor mange slike utvalg av passasjerer finnes det når det sitter 20 passasjerer i hver sitteplassvogn, det ligger 10 passasjerer i hver sovevogn og det sitter 30 passasjerer i spisevogna.
- c) Markedsanalyseselskapet har sendt tre intervjuere til å intervjuer de 20 passasjerene. På hvor mange måter kan de dele passasjerene mellom seg når den ene skal snakke med 6 og de to andre med 7 passasjerer.  
Du kan ta utgangspunkt i at det er bestemt hvilke 20 passasjerer som skal intervjues og hvilken av de tre som skal intervjuer bare 6 passasjerer.

**Oppgave 7** (vekt 10 poeng)

Tegn syntakstreet til utsagnet

$$(p \wedge q) \vee \neg((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$$

og skriv utsagnet med prefiks (polsk) og postfiks (omvendt polsk) notasjon.

**Oppgave 8** (vekt 8 poeng)

La  $f(n)$  være restleddet når  $n$  deles på 4.

Hva er tidskompleksiteten til den beste algoritmen for å beregne  $f$ ?

Er det forskjell på om  $n$  er gitt på binær form eller i titallsystemet?

Hva er problemet om  $n$  gis i tretallsystemet?

SLUTT