UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1030 — Diskret matematikk.
Eksamensdag:	Mandag 11. juni 2007.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Vis at utsagnet

$$p \vee [(p \wedge \neg q) \rightarrow r]$$

er en tautologi.

Oppgave 2.

Vi betrakter en gruppe bestående av $2n$ mennesker og skal fordele dem i par. La $p(n)$ være antall slike fordelinger.

For eksempel hvis $n = 2$ og gruppe består av A, B, C og D, vil de mulige fordelingene være

- $\{A, B\}$, $\{C, D\}$
- $\{A, C\}$, $\{B, D\}$
- $\{A, D\}$, $\{B, C\}$

Dermed er $p(2) = 3$.

(Fortsettes side 2.)

a) Argumenter for at $p(n) = (2n-1)p(n-1)$ for $n \geq 2$ og $p(1) = 1$. (**Hint:** Velg et menneske x fra gruppen og finn antall mulige partnere for x. Bruk nå multiplikasjonsprinsippet.)

b) Vis med induksjon at

$$p(n) = \frac{(2n)!}{2^n \cdot n!}\,.$$

Oppgave 3.

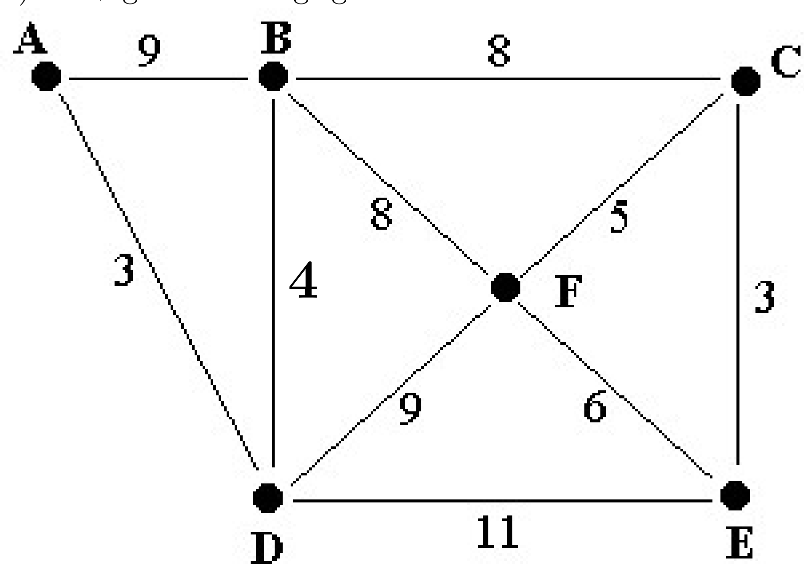
La G være en sammenhengende enkel ("simple") graf med 6 hjørner. Anta at ett hjørne har grad ("degree") 5 og at fem hjørner har grad 1.

a) Hvor mange kanter har G?

b) Er G et tre? Begrunn svaret.

Oppgave 4.

Bruk Prims algoritme til å finne et minimalt spenntre ("minimal spanning tree") for følgende vektlagt graf:



(Fortsettes side 3.)

Oppgave 5.

a) Løs kongruenslikningen

$$14x \equiv 6 \mod 17$$

med $0 \leq x < 17$.

b) Forklar hvorfor $6x \equiv 2 \mod 9$ ikke har noen løsning. For hvilke y, $0 \leq y < 9$, har $6x \equiv y \mod 9$ en løsning?

SLUTT