UNIVERSITETET I OSLO
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

UNDERVEISEKSAMEN I:	MAT1030 – DISKRET MATEMATIKK.
EKSAMENSDAG:	TORSDAG 14/10, 2004.
TID FOR EKSAMEN:	KL. 12.00–14.00.
VEDLEGG:	INGEN.
TILLATTE HJELPEMIDLER:	INGEN.

OPPGAVESETTET ER PÅ 3 SIDER.

KANDIDATNR. ____________

Oppgave 1. Hvilke av utsagnene

1. $p \wedge q \rightarrow p \vee q$
2. $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

er tautologier?

☐ a) Begge ☐ b) Ingen ☒ c) 1 men ikke 2 ☐ d) 2 men ikke 1

Oppgave 2. Hvilke av utsagnene

1. $p \wedge q \leftrightarrow \sim (p \vee q)$
2. $\sim p \vee q \rightarrow (q \rightarrow p)$

er kontradiksjoner?

☐ a) Begge ☒ b) Ingen ☐ c) 1 men ikke 2 ☐ d) 2 men ikke 1

Oppgave 3. Formelen

$$\sim (\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \vee (r \rightarrow \sim p))$$

er

☒ a) en tautologi ☐ b) en kontradiksjon ☐ c) ekvivalent til p ☐ d) ekvivalent til q

Oppgave 4. Hvilke argumenter er gyldige?

1. Per er eldre enn Pål og Pål er eldre enn Espen
$\therefore$ Per er eldre enn Espen.

2. Hvis fisken biter får vi mat på bordet.
Hvis det regner eller det er tidlig på morgenen biter fisken.
Det er tidlig på morgenen.
Det regner ikke.
$\therefore$ Vi får mat på bordet.

☐ a) Begge ☐ b) Ingen ☐ c) 1 men ikke 2 ☒ d) 2 men ikke 1

Oppgave 5. Hvilke argumenter er gyldige?

1. Hvis Jensen og Hansen er naboer, krangler de så busta fyker.
   Jensen og Hansen krangler så busta fyker.
   $\therefore$ Jensen og Hansen er naboer.

2. Nestlederen er en dust.
   Hvis både lederen og nestlederen er duster, er situasjonen kritisk.
   Hvis situasjonen er kritisk, trekker jeg meg fra styret.
   Jeg trekker meg ikke fra styret.
   $\therefore$ Lederen er ikke en dust.

☐ a) Begge ☐ b) Ingen ☐ c) 1 men ikke 2 ☒ d) 2 men ikke 1

Oppgave 6. Hvilket av utsagnene har den samme logiske formen som

$$\forall x \exists y \forall z\ S(x, y, z)?$$

☐ a) Alle par av hele tall har en største felles divisor.

☐ b) Det finnes et tall x som er større enn alle primtallstvillinger y og z.

☒ c) For alle tall x finnes det en faktor y av x slik at alle faktorene av y er enten y selv eller 1.

☐ d) For alle heltall x og alle heltall z finnes det et heltall y slik at $x + z = 2y$.

Oppgave 7. Hvilket argument er gyldig?

☒ a) Alle som liker lagidrett eller friidrett fulgte med på OL-sendingene.
Per liker seiling og leirdueskyting.
Leirdueskyting er en lagidrett.
$\therefore$ Per fulgte med på OL-sendingene.

☐ b) Alle som liker lagidrett og friidrett fulgte med på OL-sendingene.
Per liker seiling og leirdueskyting.
Leirdueskyting er en lagidrett.
$\therefore$ Per fulgte med på OL-sendingene.

☐ c) Alle som liker lagidrett eller friidrett fulgte med på OL-sendingene.
Per liker seiling og leirdueskyting.
Leirdueskyting er ikke friidrett.
Seiling er ikke lagidrett.
$\therefore$ Per fulgte ikke med på OL-sendingene.

☐ d) Alle som liker lagidrett eller friidrett fulgte med på OL-sendingene.
Per liker ikke seiling og Per liker ikke leirdueskyting.
Seiling er ikke friidrett og leirdueskyting er ikke lagidrett.
$\therefore$ Per fulgte med på OL-sendingene.

Oppgave 8. Hva er den største felles divisor til 396 og 1437?

☐ a) 1 ☐ b) 2 ☒ c) 3 ☐ d) 21

Oppgave 9. Hva er den største fellesdivisor til 925 og 1635?

☐ a) 3 ☒ b) 5 ☐ c) 15 ☐ d) 25

Oppgave 10. Hva er rett?

☐ a) $173|2851$ ☒ b) $173|2941$ ☐ c) $173|2951$ ☐ d) $173|3041$

Oppgave 11. n, m, k og r er positive heltall. Hva er alltid riktig?

☐ a) $m|n \wedge k|n \Rightarrow mk|n$ ☒ b) $m|n \wedge k|r \Rightarrow mk|nr$ ☐ c) $m|n^2 \Rightarrow m|n$

☐ d) $n|m \wedge r|m \Rightarrow n|r$

Oppgave 12. Et induksjonsbevis for

$$\forall n > 0(n^2 < 2^n)$$

har fire punkter a)–d). Et av punktene burde ikke vært der. Hvilket?
La $P(n)$ være $n^2 < 2^n$

☐ a) $P(0)$ er opplagt riktig

☐ b) Anta at $P(k)$ holder

☒ c) Da vil $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1 < 2^k + 2k + 1 \leq 2^k + 2^k = 2^{k+1}$

☐ d) Dette viser at $P(n)$ holder når $n = k + 1$, og $\forall n\, P(n)$ er vist ved induksjon.

Oppgave 13. Finn den riktige likningen

☐ a) $(X - Y) \cup (Y - X) = X \cup Y$ ☒ b) $(X \cup Y)^c = (X^c \cap Y^c)$ ☐ c) $(X - Y)^c = Y - X$

☐ d) $X \cap Y = X^c \cup Y^c$

Oppgave 14. Finn den uriktige påstanden

☐ a) $\mathcal{P}(X) \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(X))$ ☐ b) $\mathcal{P}(X) = \mathcal{P}(Y) \Rightarrow X = Y$

☐ c) $\mathcal{P}(X \cap Y) = \mathcal{P}(X) \cap \mathcal{P}(Y)$ ☒ d) $\mathcal{P}(\emptyset) = \emptyset$

Oppgave 15. Mengdeuttrykket

$$((X \cup Y^c) \cup (X^c \cup Y))^c \cap (X - Y)$$

kan forenkles. Finn den enklere formen

☐ a) $X - Y$ ☐ b) $Y - X$ ☐ c) $(X - Y) \cap (Y - X)$ ☒ d) $\emptyset$

SLUTT