UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1030 — Diskret Matematikk.
Eksamensdag:	Tirsdag 10. juni 2008.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Hvert punkt er gitt en poengsum. Maksimalt oppnåelige poengsum er 100.

Oppgave 1 [10 poeng] La A, B og C være delmengder av en universell mengde $\mathcal{E}$.
Bruk Venn-diagram til å undersøke om vi alltid har at

$$A \cap B \cap C \subseteq A - (B \cap \overline{C}).$$

Oppgave 2 Vi ser på rekurrenslikningen

$$* \quad F(n) = F(n-1) + 6F(n-2).$$

a) [6 poeng] Hvis f er en løsning av likningen $*$ slik at $f(1) = 4$ og $f(2) = 22$, finn $f(3)$ og $f(4)$.

b) [10 poeng]Finn den generelle løsningen av $*$.

c) [10 poeng] Finn en formel for $f(n)$ hvor f er funksjonen i punkt a).

d) [10 poeng] Formuler et induksjonsbevis for at den formelen du fant i c) er riktig.

(Fortsettes side 2.)

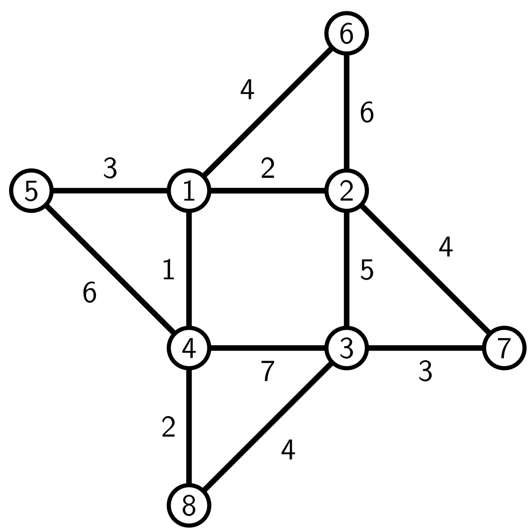
Oppgave 3 Vi har fått vite om en graf G at G har syv noder og syv kanter.

a) [6 poeng] Kan G være et tre?
Må G være sammenhengende?
Begrunn svarene.

b) [6 poeng] Hvis vi i tillegg får vite at G er sammenhengende og enkel, hva er da den største mulige graden en node i G kan ha?
Vis ved en tegning hvordan en slik graf med en node av størst mulig grad kan se ut.

c) [6 poeng] Må alle slike grafer med en node av størst mulig grad være isomorfe?
Begrunn svaret.

Oppgave 4 Vi har gitt følgende vektede graf:



a) [8 poeng] Bruk Prims algoritme til å finne et minimalt utspennende tre (a minimal spanning tree) i denne grafen.

b) [10 poeng] Bruk Dijkstras algoritme til å finne treet som gir korteste avstand til node 1 fra alle de andre nodene.

Oppgave 5 Vi ser på vanlige algebraiske uttrykk med infiks notasjon, hvor vi bruker 0 og 1 for de to tallene "null" og "en", + og $*$ for addisjon og multiplikasjon, og hjelpesymbolene (og) på vanlig måte.

(Fortsettes side 3.)

a) [10 poeng] Vis at følgende par av termer lar seg unifisere:

$$s = ((x * (1 + 1)) + ((1 + 0) + (0 + 1))) * y$$
$$t = (((1 + 0) * (y + 1)) + (x + (0 + 1))) * 1$$

b) [8 poeng] Tegn et syntakstre for unifiseringen r av disse to termene, og skriv deretter r med polsk notasjon.
Marker hvilke deler av syntakstreet som erstatter variablene x og y.

SLUTT