Obligatorisk oppgave 1 i MAT1030, Vår 2008.

Innleveringfrist: Fredag 29.02.2008 klokken14.30 på ekspedisjonskontoret til Matematisk institutt (7. etasje i N.H.Abels hus). Erfaringsmessig blir det lange køer rett før innleveringsfristen, så det er smart å levere tidligere. Husk å bruke den offisielle obligforsiden ved innlevering!

Dersom du på grunn av sykdom eller lignende har behov for å utsette innleveringen, må du sende søknad til Elisabeth Seland (rom B 718, N.H.Abels hus, epost: studieinfo@math.uio.no, tlf. 22 85 59 07). Husk at sykdom må dokumenteres ved legeattest! Se forøvrig

http://www.math.uio.no/academics/obligregler.shtml

for nærmere informasjon om reglement rundt obligatoriske oppgaver ved Matematisk institutt.

Oppgaven er obligatorisk og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha fått til noe på alle oppgavene, og minst 50% av settet må være riktig besvart. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til et svar, og det er derfor viktig at du leverer inn det du har kommet frem til. Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg (for hånd eller på datamaskin) og gjenspeile din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgave 1

a) For hvert av de sammensatte utsagnene under, bestem om utsagnet er en tautologi, en kontradiksjon eller ingen av delene.

Du velger selv den metoden du vil bruke, men du må forklare hvordan du har kommet frem til svaret.

$$A = (p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$$
$$B = (p \wedge q \to r) \to (p \to r) \wedge (q \to r)$$
$$C = (p \vee q \to r) \to (p \to r) \wedge (q \to r)$$

b) Bestem, uten å bruke sannhetsverditabellen, om følgende sammensatte utsagn er en tautologi eller ikke.

$$D = (p \wedge q \to r) \vee (p \wedge r \to s)$$

Oppgave 2

Bruk uttrykk for enkle relasjoner, utsagnslogiske bindeord og kvantorer til å uttrykke følgende tre påstander i et formelt språk:

a) Hvis noen skal gjøre det, må det være Knut.

b) Eiendomsmeglere tenker profitt mens kundene vil ha billigere boliger.

c) Du kan lure noen hver gang og du kan lure alle noen ganger, men du kan ikke lure alle hver gang.

Drøft hvorvidt noe av meningsinnholdet i disse tre påstandene blir borte i formaliseringen.

Oppgave 3

I læreboka blir det beskrevet hvordan vi kan representere en mengde i en datamaskin.

Hvis den universelle mengden $\mathcal{E}$ har n elementer, vil vi bruke n bits til å representere en delmengde av $\mathcal{E}$.

Finn en algoritme i form av en pseudokode for å finne representasjonene av $A \cap B$ og $\bar{A}$ gitt representasjoner for A og B.

I virkeligheten kan disse operasjonene hard-representeres som operasjoner på bytes, eller endog samlinger av bytes av fast lengde, men din algoritme skal ta for seg en bit av gangen.

Du skal forklare hvorfor pseudokodene dine løser oppgaven på en slik måte at dine medstudenter skal kunne forstå det.

Oppgave 4

Mengdelære er et nyttig verktøy i teoretisk informatikk og i matematikk generelt.

Mengdelære blir imidlertid også brukt som et fundament for annen matematikk. Det innebærer blant annet at når vi innfører nye typer matematiske objekter, så skal det være mulig å konstruere objekter med de aktuelle egenskapene innenfor rammen av mengdelære.

I denne oppgaven skal vi eksemplifisere dette ved en konstruksjon av ordnede par.

Definisjon 1 La a og b være to objekter.
La
$$PAR(a, b) = \{\{a\}\{a, b\}\}.$$

a) Vis at hvis a, b, c og d er fire objekter, så vil

$$PAR(a, b) = PAR(c, d)$$

hvis og bare hvis
$$a = c \wedge b = d.$$

b) Forklar hvorfor dette betyr at vi kan bruke $PAR(a, b)$ som definisjonen av det ordnede paret (a, b).

SLUTT