

Ekstraoppgaver 4

MAT1030 - Diskret Matematikk, Vår 2008

(Dette er noen øvingsoppgaver, skrevet ned i all hast om morgenen 19/5-08. Oppgaver rundt grafer og trær vil bli mer "visuelle" til eksamen. Oppgavesettet er ikke så gjennomarbeidet som eksamensettet vil bli.)

Oppgave 1

- a) Undersøk om følgende utsagn er en tautologi.

$$\neg((p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow \neg q)) \vee ((\neg p \vee r)$$

- b) Vis hvordan du kan erstatte bruken av \rightarrow med \neg og \vee , og vis hvordan utsagnet da ser ut.
c) Finn den svake normalformen til utsagnet og tegn syntakstreet.
d) Skriv den svake normalformen med polsk notasjon.

Oppgave 2

La A , B og C være tre delmengder av en universell mengde \mathcal{E} . Bruk Venn-diagrammer til å undersøke om følgende inklusjon alltid holder:

$$(A \cap \bar{B}) \cup C \subseteq (C - B) \cap A$$

Holder inklusjonen den andre veien?

Oppgave 3

Vi definerer en relasjon R på mengden $\{1, 2, \dots, 7, 8\}$ ved at aRb når a er en faktor i b (hvor både 1 og b er faktorer i b).

- a) Vis at relasjonen R er transitiv og refleksiv.
b) Vi lar nå $\{1, \dots, 8\}$ være nodene i en graf, hvor vi har en kant fra a til b hvis $a \neq b$ og aRb eller bRa . Tegn denne grafen og undersøk om den har en Eulersti eller en Eulerkrets.

Oppgave 4

Undersøk om følgende utsagn på svak normalform er en tautologi ved å forsøke å finne et bevisstre for utsagnet:

$$((p \wedge q) \vee r) \vee (\neg r \wedge (\neg p \vee \neg q))$$

Oppgave 5

- a) Vis at følgende termer lar seg unifisere og finn den mest generelle unifiseringen

$$s_1 = ((0 + x) + x) \times (y + z)$$

$$s_2 = (y + x) \times (z + y)$$

- b) Tegn syntakstreet til den mest generelle unifiseringen, og skriv denne termen med polsk notasjon.

Oppgave 6

Undersøk om følgende termer lar seg unifisere:

$$s_1 = ((0 + x) + (x + 1)) \times (y + 1)$$

$$s_2 = ((y + 1) + z) \times (1 + 1)$$

Oppgave 7

Bestem tidskompleksiteten til algoritmen gitt ved følgende pseudokode:

```
1 Input n
2 While n partall do
    2.1  $n \leftarrow \frac{n}{2}$ 
3  $x \leftarrow 1$ 
4  $x \leftarrow n(n - 1)$ 
5 Output x
```

Du kan anta at input og output skal gis på binær form. Kan du forklare med ord hvordan output avhenger av input?