MAT1030 – Diskret matematikk

Forelesning 5: Logikk

Dag Normann

Matematisk Institutt, Universitetet i Oslo

28. januar 2008

Oppsummering av Kapittel 3

- I Kapittel 3 så vi på hvordan data, som hele tall og reelle tall, kan representeres som bit-sekvenser i en datamaskin.

Oppsummering av Kapittel 3

- I Kapittel 3 så vi på hvordan data, som hele tall og reelle tall, kan representeres som bit-sekvenser i en datamaskin.
- Stoffet er til dels sammenfallende med deler av MAT-INF1040, men ikke nok til å gi studiepoengreduksjon.

Oppsummering av Kapittel 3

- I Kapittel 3 så vi på hvordan data, som hele tall og reelle tall, kan representeres som bit-sekvenser i en datamaskin.
- Stoffet er til dels sammenfallende med deler av MAT-INF1040, men ikke nok til å gi studiepoengreduksjon.
- Læringsmålene i stoff fra Kapittel 3 kan sammenfattes som:

Oppsummering av Kapittel 3

- I Kapittel 3 så vi på hvordan data, som hele tall og reelle tall, kan representeres som bit-sekvenser i en datamaskin.
- Stoffet er til dels sammenfallende med deler av MAT-INF1040, men ikke nok til å gi studiepoengreduksjon.
- Læringsmålene i stoff fra Kapittel 3 kan sammenfattes som:
    - Man skal vite prinsippene for å representere hele tall og reelle tall som bit-sekvenser en datamaskin, og skal kunne begrunne en del av de valg som er gjort i måten dette blir gjort på.

Oppsummering av Kapittel 3

- I Kapittel 3 så vi på hvordan data, som hele tall og reelle tall, kan representeres som bit-sekvenser i en datamaskin.
- Stoffet er til dels sammenfallende med deler av MAT-INF1040, men ikke nok til å gi studiepoengreduksjon.
- Læringsmålene i stoff fra Kapittel 3 kan sammenfattes som:
  - Man skal vite prinsippene for å representere hele tall og reelle tall som bit-sekvenser en datamaskin, og skal kunne begrunne en del av de valg som er gjort i måten dette blir gjort på.
  - Gitt rammene for hvor mange bits som brukes til de enkelte formål, skal man kunne finne representasjonen av et tall i konkrete tilfeller.

LOGIKK

Forrige onsdag begynte vi på Kapittel 4 om logikk.

LOGIKK

Forrige onsdag begynte vi på Kapittel 4 om logikk.

Vi snakket en del om hvorfor informatikkstudenter bør lære seg noe logikk, og litt om hvordan logikk brukes i teknologiske anvendelser.

LOGIKK

Forrige onsdag begynte vi på Kapittel 4 om logikk.

Vi snakket en del om hvorfor informatikkstudenter bør lære seg noe logikk, og litt om hvordan logikk brukes i teknologiske anvendelser.

Illustrert med et par eksempler om middag og Bamsemums diskuterte vi logikkens rolle i studiet av hva som er et logisk holdbart resonnement (se 23.01.2008).

Logikk

Hvis en datamaskin skal kunne sjekke gyldigheten av et resonnement, må vi laste ned alle skjulte forutsetninger i resonnementet.

Logikk

Hvis en datamaskin skal kunne sjekke gyldigheten av et resonnement, må vi laste ned alle skjulte forutsetninger i resonnementet.

Vi må også laste ned hvilke atomære resonnementer som er lovlige, for en maskin kan bare kontrollere om noe er utført i tråd med forhåndsbestemte regler.

Logikk

Hvis en datamaskin skal kunne sjekke gyldigheten av et resonnement, må vi laste ned alle skjulte forutsetninger i resonnementet.

Vi må også laste ned hvilke atomære resonnementer som er lovlige, for en maskin kan bare kontrollere om noe er utført i tråd med forhåndsbestemte regler.

Hvis en maskin skal kunne "forstå" hva som tilhører den logiske strukturen i en formulering, må den knyttes til bruk av spesielle tegn eller ordsekvenser.

Logikk

Hvis en datamaskin skal kunne sjekke gyldigheten av et resonnement, må vi laste ned alle skjulte forutsetninger i resonnementet.

Vi må også laste ned hvilke atomære resonnementer som er lovlige, for en maskin kan bare kontrollere om noe er utført i tråd med forhåndsbestemte regler.

Hvis en maskin skal kunne "forstå" hva som tilhører den logiske strukturen i en formulering, må den knyttes til bruk av spesielle tegn eller ordsekvenser.

Dette er helt analogt med den rigiditeten som kreves av et program i et programmeringsspråk.

Hva skal vi lære av logikk?

- Utsagnslogikk

Hva skal vi lære av logikk?

- Utsagnslogikk
- Predikatlogikk

Hva skal vi lære av logikk?

- Utsagnslogikk
- Predikatlogikk
- Litt om hvordan man fører et bevis

Hva skal vi lære av logikk?

- Utsagnslogikk
- Predikatlogikk
- Litt om hvordan man fører et bevis
- Algoritmer for å teste om utsagn er logisk holdbare eller ikke

Utsagnslogikk

Definisjon

Et utsagn er en ytring som enten er sann eller usann.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et utsagn er en ytring som enten er sann eller usann.

- Som matematisk definisjon er ikke denne definisjonen spesielt god, ettersom den ikke kan brukes til å bestemme hva som er utsagn og hva som ikke er det.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et utsagn er en ytring som enten er sann eller usann.

- Som matematisk definisjon er ikke denne definisjonen spesielt god, ettersom den ikke kan brukes til å bestemme hva som er utsagn og hva som ikke er det.
- Er “Per er en dannet mann” et utsagn?

Utsagnslogikk

Definisjon

Et utsagn er en ytring som enten er sann eller usann.

- Som matematisk definisjon er ikke denne definisjonen spesielt god, ettersom den ikke kan brukes til å bestemme hva som er utsagn og hva som ikke er det.
- Er "Per er en dannet mann" et utsagn?
- Vi vil betrakte dette som et utsagn, ettersom ytringen i en gitt situasjon uttrykker en oppfatning som enten kan aksepteres eller bestrides.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et utsagn er en ytring som enten er sann eller usann.

- Som matematisk definisjon er ikke denne definisjonen spesielt god, ettersom den ikke kan brukes til å bestemme hva som er utsagn og hva som ikke er det.
- Er "Per er en dannet mann" et utsagn?
- Vi vil betrakte dette som et utsagn, ettersom ytringen i en gitt situasjon uttrykker en oppfatning som enten kan aksepteres eller bestrides.
- Mange filosofer vil være uenige med oss her.

Utsagnslogikk

Eksempel

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

- $2^{10} < 1000$

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

- $2^{10} < 1000$
- $\pi \neq e$

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

- $2^{10} < 1000$
- $\pi \neq e$
- Anne har røde sko.

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

- $2^{10} < 1000$
- $\pi \neq e$
- Anne har røde sko.
- I morgen blir det pent vær.

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende er eksempler på utsagn, slik vi skal bruke begrepet:

- $2^{10} < 1000$
- $\pi \neq e$
- Anne har røde sko.
- I morgen blir det pent vær.
- Det finnes mange grader av uendelighet.

Utsagnslogikk

Eksempel

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende ytringer kan ikke oppfattes som utsagn:

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende ytringer kan ikke oppfattes som utsagn:

- Når går toget?

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende ytringer kan ikke oppfattes som utsagn:

- Når går toget?
- Uff!!!

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende ytringer kan ikke oppfattes som utsagn:

- Når går toget?
- Uff!!!
- Dra til deg den lurvete mærschedesen din, eller så kjører jeg på den! (Sitat fra sint trikkefører i Grensen.)

Utsagnslogikk

Eksempel

Følgende ytringer kan ikke oppfattes som utsagn:

- Når går toget?
- Uff!!!
- Dra til deg den lurvete mærschedesen din, eller så kjører jeg på den! (Sitat fra sint trikkefører i Grensen.)
- Måtte sneen ligge lenge og løypene holde seg.

Utsagnslogikk

Eksempel

Utsagnslogikk

Eksempel

Vi har sett endel utsagn i forbindelse med formuleringer av kontrollstrukturer i pseudokoder:

Utsagnslogikk

Eksempel

Vi har sett endel utsagn i forbindelse med formuleringer av kontrollstrukturer i pseudokoder:

- **While** $i > 0$ **do**

Utsagnslogikk

Eksempel

Vi har sett endel utsagn i forbindelse med formuleringer av kontrollstrukturer i pseudokoder:

- **While** $i > 0$ **do**
- **Repeat** $\cdots$ **until** $x > k$

Utsagnslogikk

Eksempel

Vi har sett endel utsagn i forbindelse med formuleringer av kontrollstrukturer i pseudokoder:

- **While** $i > 0$ **do**
- **Repeat** $\cdots$ **until** $x > k$
- **If** x partall **then** $\cdots$ **else** $\cdots$

Utsagnslogikk

Eksempel

Vi har sett endel utsagn i forbindelse med formuleringer av kontrollstrukturer i pseudokoder:

- **While** $i > 0$ **do**
- **Repeat** $\cdots$ **until** $x > k$
- **If** x partall **then** $\cdots$ **else** $\cdots$

Under en utregning vil verdiene på variablene endre seg, men ved hvert enkelt regneskritt vil "ytringene" enten være sanne eller usanne, og vi ser derfor på dem som utsagn.

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

- $x^2 + 2x - 1 = 0$

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

- $x^2 + 2x - 1 = 0$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

- $x^2 + 2x - 1 = 0$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $f(x) = f'(x)$

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

- $x^2 + 2x - 1 = 0$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $f(x) = f'(x)$

Det første tilfellet er en likning i variabelen x, det andre en kjent identitet fra trigonometrien og det siste en differensiallikning hvor f er den ukjente.

Utsagnslogikk

Eksemplene på forrige side aktualiserer spørsmålet om matematiske likninger, ulikheter og andre formler hvor det forekommer variable størrelser kan betraktes som utsagn:

- $x^2 + 2x - 1 = 0$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $f(x) = f'(x)$

Det første tilfellet er en likning i variabelen x, det andre en kjent identitet fra trigonometrien og det siste en differensiallikning hvor f er den ukjente.

For at vi skal slippe å slåss om dette er eksempler på utsagn eller ikke, innfører vi et nytt begrep, et predikat.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et predikat er en ytring som inneholder en eller flere variable, men som vil bli sant eller usant når vi bestemmer hvilke verdier de variable skal ha.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et predikat er en ytring som inneholder en eller flere variable, men som vil bli sant eller usant når vi bestemmer hvilke verdier de variable skal ha.

Eksempel

Alle eksemplene fra forrige side, $x^2 + 2x - 1 = 0$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ og $f(x) = f'(x)$, er eksempler på predikater.

Utsagnslogikk

Definisjon

Et predikat er en ytring som inneholder en eller flere variable, men som vil bli sant eller usant når vi bestemmer hvilke verdier de variable skal ha.

Eksempel

Alle eksemplene fra forrige side, $x^2 + 2x - 1 = 0$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ og $f(x) = f'(x)$, er eksempler på predikater.
I de to første tilfellene er x variabelen, og i det siste tilfellet er både f og x variable.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det er ikke så viktig å vite hva et utsagn er. Det viktige er at når vi betrakter en ytring som et utsagn, stripper vi ytringen for alt untatt egenskapen at den vil være sann eller usann.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det er ikke så viktig å vite hva et utsagn er. Det viktige er at når vi betrakter en ytring som et utsagn, stripper vi ytringen for alt untatt egenskapen at den vil være sann eller usann.

Vi vil bruke bokstaver p, q, r og liknende som utsagnsvariable, det vil si at de kan stå for et hvilket som helst utsagn.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det er ikke så viktig å vite hva et utsagn er. Det viktige er at når vi betrakter en ytring som et utsagn, stripper vi ytringen for alt untatt egenskapen at den vil være sann eller usann.

Vi vil bruke bokstaver p, q, r og liknende som utsagnsvariable, det vil si at de kan stå for et hvilket som helst utsagn.

Vi vil la T og F stå for de to sannhetsverdiene sann og usann (*true* og *false*).

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det er ikke så viktig å vite hva et utsagn er. Det viktige er at når vi betrakter en ytring som et utsagn, stripper vi ytringen for alt untatt egenskapen at den vil være sann eller usann.

Vi vil bruke bokstaver p, q, r og liknende som utsagnsvariable, det vil si at de kan stå for et hvilket som helst utsagn.

Vi vil la T og F stå for de to sannhetsverdiene sann og usann (*true* og *false*).

Hver utsagnsvariabel p kan da ha en av verdiene T eller F.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det finnes mange andre valg av bokstaver eller symboler for å betegne de to sannhetsverdiene sann og usann på.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det finnes mange andre valg av bokstaver eller symboler for å betegne de to sannhetsverdiene sann og usann på.

Noen eksempler er

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det finnes mange andre valg av bokstaver eller symboler for å betegne de to sannhetsverdiene sann og usann på.

Noen eksempler er

- $\top$ og $\bot$

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det finnes mange andre valg av bokstaver eller symboler for å betegne de to sannhetsverdiene sann og usann på.

Noen eksempler er

- $\top$ og $\perp$
- 1 og 0.

Utsagnsvariable og sannhetsverdier

Det finnes mange andre valg av bokstaver eller symboler for å betegne de to sannhetsverdiene sann og usann på.

Noen eksempler er

- $\top$ og $\bot$
- 1 og 0.
- **S** og **G** (i norske fremstillinger)

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Input y [$y \geq 0$, y heltall]

While $x > 0$ og $y > 0$ **do**

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 **While** $x > 0$ og $y > 0$ **do**

   3.1 $x \leftarrow x - 1$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 **While** $x > 0$ og $y > 0$ **do**

  3.1 $x \leftarrow x - 1$

  3.2 $y \leftarrow y - 1$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 **While** $x > 0$ og $y > 0$ **do**

   3.1 $x \leftarrow x - 1$

   3.2 $y \leftarrow y - 1$

4 $z \leftarrow x + y$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 **While** $x > 0$ og $y > 0$ **do**

- 3.1 $x \leftarrow x - 1$
- 3.2 $y \leftarrow y - 1$

4 $z \leftarrow x + y$

5 Output z

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss se på følgende prosedyre:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 **While** $x > 0$ og $y > 0$ **do**

   3.1 $x \leftarrow x - 1$

   3.2 $y \leftarrow y - 1$

4 $z \leftarrow x + y$

5 Output z

Dette er en algoritme for å beregne $|x - y|$ fra x og y.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \wedge q$ også et utsagn.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \wedge q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **og** q.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \wedge q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **og** q.
- $p \wedge q$ er sann hvis både p og q er sanne, ellers er $p \wedge q$ usann.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \wedge q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **og** q.
- $p \wedge q$ er sann hvis både p og q er sanne, ellers er $p \wedge q$ usann.
- Vi kaller ofte $p \wedge q$ for konjunksjonen av p og q.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \wedge q$ er sann kan gis i form av en tabell.
En slik tabell kaller vi en sannhetsverditabell.
Utarbeidelsen av sannhetsverditabeller vil være en viktig ferdighet i dette kurset:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I en matematikk/informatikksammenheng er det greit å bruke symbolet $\wedge$:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I en matematikk/informatikksammenheng er det greit å bruke symbolet $\wedge$:

- $3 \leq x \wedge x \leq 5$ er en helt grei formulering.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I en matematikk/informatikksammenheng er det greit å bruke symbolet $\wedge$:

- $3 \leq x \wedge x \leq 5$ er en helt grei formulering.
- **While** $x > 0 \wedge y > 0$ **do** kan være en alternativ måte å starte while-løkka fra eksemplet vårt på.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I en matematikk/informatikksammenheng er det greit å bruke symbolet $\wedge$:

- $3 \leq x \wedge x \leq 5$ er en helt grei formulering.
- **While** $x > 0 \wedge y > 0$ **do** kan være en alternativ måte å starte while-løkka fra eksemplet vårt på.
- Ofte vil man finne at man bruker samme typografi som for andre kontrollstrukturer i denne sammenhengen:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I en matematikk/informatikksammenheng er det greit å bruke symbolet $\wedge$:

- $3 \leq x \wedge x \leq 5$ er en helt grei formulering.
- **While** $x > 0 \wedge y > 0$ **do** kan være en alternativ måte å starte while-løkka fra eksemplet vårt på.
- Ofte vil man finne at man bruker samme typografi som for andre kontrollstrukturer i denne sammenhengen:

  While $x > 0$ **and** $y > 0$ **do**

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis man gjengir sammensetning av utsagn i dagligtale, er det bedre å bruke ordet "og".

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis man gjengir sammensetning av utsagn i dagligtale, er det bedre å bruke ordet “og”.

Man må imidlertid være klar over at den utsagnslogiske forståelsen visker ut noen av de nyansene vi kan legge inn i dagligtale.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis man gjengir sammensetning av utsagn i dagligtale, er det bedre å bruke ordet “og”.

Man må imidlertid være klar over at den utsagnslogiske forståelsen visker ut noen av de nyansene vi kan legge inn i dagligtale.

I de to første eksemplene på neste side vil utsagnslogikken fange opp meningen, mens vi i de to neste mister mye av meningen.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1. Per er født i Oslo og Kari er født i Drammen

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1. Per er født i Oslo og Kari er født i Drammen
2. Jeg liker å spille fotball og jeg liker å drive med fluefiske.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1. Per er født i Oslo og Kari er født i Drammen
2. Jeg liker å spille fotball og jeg liker å drive med fluefiske.
3. Jeg gikk inn i stua og tok av meg skiene/Jeg tok av meg skiene og gikk inn i stua.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1. Per er født i Oslo og Kari er født i Drammen
2. Jeg liker å spille fotball og jeg liker å drive med fluefiske.
3. Jeg gikk inn i stua og tok av meg skiene/Jeg tok av meg skiene og gikk inn i stua.
4. Jeg bestilte snegler til forrett og du forlot meg rasende/Du forlot meg rasende og jeg bestilte snegler til forrett.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Det neste bindeordet vi skal se på er 'eller'.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Det neste bindeordet vi skal se på er 'eller'.

Dette ordet kan ha to betydninger, og vi må velge en av dem.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Det neste bindeordet vi skal se på er 'eller'.

Dette ordet kan ha to betydninger, og vi må velge en av dem.

Dette kommer vi tilbake til etter et par eksempler.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Input y [$y \geq 0$, y heltall]

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Input y [$y \geq 0$, y heltall]

$z \leftarrow 0$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

Input x [$x \geq 0$, x heltall]

Input y [$y \geq 0$, y heltall]

$z \leftarrow 0$

While $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 $z \leftarrow 0$

4 **While** $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

  4.1 $x \leftarrow x - 1$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 $z \leftarrow 0$

4 **While** $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

   4.1 $x \leftarrow x - 1$

   4.2 $y \leftarrow y - 1$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 $z \leftarrow 0$

4 **While** $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

- 4.1 $x \leftarrow x - 1$
- 4.2 $y \leftarrow y - 1$
- 4.3 $z \leftarrow z + 1$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 $z \leftarrow 0$

4 **While** $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

  4.1 $x \leftarrow x - 1$
  4.2 $y \leftarrow y - 1$
  4.3 $z \leftarrow z + 1$

5 Output z

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

La oss ta utgangspunkt i følgende kontrollstruktur:

1 Input x [$x \geq 0$, x heltall]

2 Input y [$y \geq 0$, y heltall]

3 $z \leftarrow 0$

4 **While** $x > 0$ eller $y > 0$ **do**

  4.1 $x \leftarrow x - 1$
  4.2 $y \leftarrow y - 1$
  4.3 $z \leftarrow z + 1$

5 Output z

Dette gir oss en algoritme for å beregne $max\{x, y\}$.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis vi gir x og y store verdier n og m, vil både x og y ha positive verdier etter noen få gangers tur i while-løkka, vi ønsker ikke at løkka skal stoppe av den grunn.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis vi gir x og y store verdier n og m, vil både x og y ha positive verdier etter noen få gangers tur i while-løkka, vi ønsker ikke at løkka skal stoppe av den grunn.

Derfor vil vi gjerne at et utsagn "p eller q" skal kunne være sant også når både p og q er sanne, i det minste i denne sammenhengen.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis vi gir x og y store verdier n og m, vil både x og y ha positive verdier etter noen få gangers tur i while-løkka, vi ønsker ikke at løkka skal stoppe av den grunn.

Derfor vil vi gjerne at et utsagn "p eller q" skal kunne være sant også når både p og q er sanne, i det minste i denne sammenhengen.

Er $2 \leq 3$? Er $3 \leq 3$?.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis vi gir x og y store verdier n og m, vil både x og y ha positive verdier etter noen få gangers tur i while-løkka, vi ønsker ikke at løkka skal stoppe av den grunn.

Derfor vil vi gjerne at et utsagn "p eller q" skal kunne være sant også når både p og q er sanne, i det minste i denne sammenhengen.

Er $2 \leq 3$? Er $3 \leq 3$?.
I en matematisk sammenheng vil vi gjerne at begge deler skal være sanne, vil jo at $x \leq 3$ skal være oppfylt både av de tallene som er ekte mindre enn 3 og av 3 selv. Det betyr at når et av leddene i et eller-utsagn er sant, vil vi at hele utsagnet skal være sant.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Hvis vi gir x og y store verdier n og m, vil både x og y ha positive verdier etter noen få gangers tur i while-løkka, vi ønsker ikke at løkka skal stoppe av den grunn.

Derfor vil vi gjerne at et utsagn "p eller q" skal kunne være sant også når både p og q er sanne, i det minste i denne sammenhengen.

Er $2 \leq 3$? Er $3 \leq 3$?.
I en matematisk sammenheng vil vi gjerne at begge deler skal være sanne, vil jo at $x \leq 3$ skal være oppfylt både av de tallene som er ekte mindre enn 3 og av 3 selv. Det betyr at når et av leddene i et eller-utsagn er sant, vil vi at hele utsagnet skal være sant.

$$x \leq y \text{ er det samme som } x < y \vee x = y$$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \vee q$ også et utsagn.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \vee q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **eller** q.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \vee q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **eller** q.
- $p \vee q$ er sann hvis p, q eller begge to er sanne, ellers er $p \vee q$ usann.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjon

- Hvis p og q er to utsagn, er uttrykket $p \vee q$ også et utsagn.
- Vi leser det p **eller** q.
- $p \vee q$ er sann hvis p, q eller begge to er sanne, ellers er $p \vee q$ usann.
- Vi kaller $p \vee q$ for disjunksjonen av p og q.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Definisjonen av når $p \vee q$ er sann kan også gis i form av en sannhetsverditabelltabell:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Følgende eksempler fra dagligtale viser at det er to forskjellige måter å forstå ordet 'eller' på

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Følgende eksempler fra dagligtale viser at det er to forskjellige måter å forstå ordet 'eller' på

- Du kan få servere pølser eller du kan få servere pizza i bursdagsselskapet.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Følgende eksempler fra dagligtale viser at det er to forskjellige måter å forstå ordet 'eller' på

- Du kan få servere pølser eller du kan få servere pizza i bursdagsselskapet.
- Vil du ha en PC eller vil du ha en Mac?

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Følgende eksempler fra dagligtale viser at det er to forskjellige måter å forstå ordet 'eller' på

- Du kan få servere pølser eller du kan få servere pizza i bursdagsselskapet.
- Vil du ha en PC eller vil du ha en Mac?
- Jeg kommer til middag om toget er i rute eller om jeg får sitte på med en kollega.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Følgende eksempler fra dagligtale viser at det er to forskjellige måter å forstå ordet 'eller' på

- Du kan få servere pølser eller du kan få servere pizza i bursdagsselskapet.
- Vil du ha en PC eller vil du ha en Mac?
- Jeg kommer til middag om toget er i rute eller om jeg får sitte på med en kollega.
- Om du leser VG eller om du leser Dagbladet finner du ikke noe stoff om hyperbolsk geometri.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi skal bruke den inklusive betydningen av *eller*, og vi bruker symbolet $\vee$ eller kontrollstrukturvarianten **or**.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi skal bruke den inklusive betydningen av *eller*, og vi bruker symbolet $\vee$ eller kontrollstrukturvarianten **or**.

Vi vil bruke dette bindeordet i en matematikk/informatikksammenheng, og være varsomme med å overføre den inklusive tolkningen til dagligtale.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi skal bruke den inklusive betydningen av *eller*, og vi bruker symbolet $\vee$ eller kontrollstrukturvarianten **or**.

Vi vil bruke dette bindeordet i en matematikk/informatikksammenheng, og være varsomme med å overføre den inklusive tolkningen til dagligtale.

Ekslusiv *eller* kan også defineres ved en sannhetsverditabell.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi skal bruke den inklusive betydningen av *eller*, og vi bruker symbolet $\vee$ eller kontrollstrukturvarianten **or**.

Vi vil bruke dette bindeordet i en matematikk/informatikksammenheng, og være varsomme med å overføre den inklusive tolkningen til dagligtale.

Ekslusiv *eller* kan også defineres ved en sannhetsverditabell.

Dere utfordres til å gjøre dette selv.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Anta at $P(\vec{x})$ og $Q(\vec{x})$ er to prosedyrer ($\vec{x}$ er en vanlig måte å skrive en generell sekvens av variable på), slik at vi ikke kan være sikre på om de tilhørende programmene alltid terminerer.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Anta at $P(\vec{x})$ og $Q(\vec{x})$ er to prosedyrer ($\vec{x}$ er en vanlig måte å skrive en generell sekvens av variable på), slik at vi ikke kan være sikre på om de tilhørende programmene alltid terminerer.

Anta at vi bruker et programmeringsspråk som tillater kontrollstrukturer av tilnærmet form

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Anta at $P(\vec{x})$ og $Q(\vec{x})$ er to prosedyrer ($\vec{x}$ er en vanlig måte å skrive en generell sekvens av variable på), slik at vi ikke kan være sikre på om de tilhørende programmene alltid terminerer.

Anta at vi bruker et programmeringsspråk som tillater kontrollstrukturer av tilnærmet form

If $P(\vec{x}) > 0$ **or** $Q(\vec{x}) > 0$ **then** $\cdots$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Anta at $P(\vec{x})$ og $Q(\vec{x})$ er to prosedyrer ($\vec{x}$ er en vanlig måte å skrive en generell sekvens av variable på), slik at vi ikke kan være sikre på om de tilhørende programmene alltid terminerer.

Anta at vi bruker et programmeringsspråk som tillater kontrollstrukturer av tilnærmet form

If $P(\vec{x}) > 0$ **or** $Q(\vec{x}) > 0$ **then** $\cdots$

Skal vi da kunne fortsette når $P(\vec{x})$ ikke har noen verdi, men $Q(\vec{x}) > 0$?

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

I enkelte programmeringssammenhenger, trenger vi å nyansere forståelsen av $\vee$ og av $\wedge$ ytterligere.

Anta at $P(\vec{x})$ og $Q(\vec{x})$ er to prosedyrer ($\vec{x}$ er en vanlig måte å skrive en generell sekvens av variable på), slik at vi ikke kan være sikre på om de tilhørende programmene alltid terminerer.

Anta at vi bruker et programmeringsspråk som tillater kontrollstrukturer av tilnærmet form

If $P(\vec{x}) > 0$ **or** $Q(\vec{x}) > 0$ **then** $\cdots$

Skal vi da kunne fortsette når $P(\vec{x})$ ikke har noen verdi, men $Q(\vec{x}) > 0$?

Diskusjonen foregår muntlig på forelesningen.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Det neste ordet vi skal se på er ikke i betydningen *det er ikke slik at*

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

- Månen er ikke full i morgen.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

- Månen er ikke full i morgen.
- Hurtigruta går ikke innom Narvik.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

- Månen er ikke full i morgen.
- Hurtigruta går ikke innom Narvik.
- Jeg rekker ikke middagen

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

- Månen er ikke full i morgen.
- Hurtigruta går ikke innom Narvik.
- Jeg rekker ikke middagen
- Jeg liker ikke Bamsemums.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

- Månen er ikke full i morgen.
- Hurtigruta går ikke innom Narvik.
- Jeg rekker ikke middagen
- Jeg liker ikke Bamsemums.

I alle disse tilfellene benekter vi en positiv påstand, eksempelvis "Jeg liker Bamsemums".

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]
2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]
3 **While** $y \neq 0$ **do**

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]

3 **While** $y \neq 0$ **do**

  3.1 $z \leftarrow y$

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]

3 **While** $y \neq 0$ **do**

   3.1 $z \leftarrow y$

   3.2 $y \leftarrow rest(x, y)$ [$rest(x, y)$ gir restdelen når x deles på y]

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]

3 **While** $y \neq 0$ **do**

  3.1 $z \leftarrow y$
  3.2 $y \leftarrow rest(x, y)$ [$rest(x, y)$ gir restdelen når x deles på y]
  3.3 $x \leftarrow z$

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1. Input x [$x \geq 0$ heltall]
2. Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]
3. **While** $y \neq 0$ **do**
   - 3.1 $z \leftarrow y$
   - 3.2 $y \leftarrow \mathit{rest}(x, y)$ [$\mathit{rest}(x, y)$ gir restdelen når x deles på y]
   - 3.3 $x \leftarrow z$
4. Output x

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Eksempel

1 Input x [$x \geq 0$ heltall]

2 Input y [y heltall, $0 \leq y \leq x$]

3 **While** $y \neq 0$ **do**

  3.1 $z \leftarrow y$
  3.2 $y \leftarrow \mathit{rest}(x, y)$ [$\mathit{rest}(x, y)$ gir restdelen når x deles på y]
  3.3 $x \leftarrow z$

4 Output x

Dette er en måte å formulere Euklids algoritme på (en måte å finne største felles faktor i to tall på).
Poenget her er formuleringen $y \neq 0$, en benektelse av at $y = 0$.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi vil vil bruke et spesielt tegn, $\neg$ for å uttrykke at vi benekter et utsagn.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi vil vil bruke et spesielt tegn, $\neg$ for å uttrykke at vi benekter et utsagn.

Definisjon

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi vil vil bruke et spesielt tegn, $\neg$ for å uttrykke at vi benekter et utsagn.

Definisjon

- Hvis p er et utsagn, er $\neg p$ et utsagn.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi vil vil bruke et spesielt tegn, $\neg$ for å uttrykke at vi benekter et utsagn.

Definisjon

- Hvis p er et utsagn, er $\neg p$ et utsagn.
- $\neg p$ får sannhetsverdien F om p har sannhetsverdien T og $\neg p$ får sannhetsverdien T om p har sannhetsverdien F.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi vil vil bruke et spesielt tegn, $\neg$ for å uttrykke at vi benekter et utsagn.

Definisjon

- Hvis p er et utsagn, er $\neg p$ et utsagn.
- $\neg p$ får sannhetsverdien F om p har sannhetsverdien T og $\neg p$ får sannhetsverdien T om p har sannhetsverdien F.
- Vi kaller $\neg p$ for negasjonen av p.

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

p	$\neg p$

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

p	$\neg p$
T	F

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

p	$\neg p$
T	F
F	T

Utsagnslogiske bindeord, konnektiver

Vi kan også gi denne definisjonen på sannhetsverditabellform:

p	$\neg p$
T	F
F	T

Denne tabellen er selvforklarende.

Sammensatte utsagn

Vi skal snu litt på rekkefølgen av stoffet i forhold til læreboka.

Sammensatte utsagn

Vi skal snu litt på rekkefølgen av stoffet i forhold til læreboka.

Ved å bruke konnektivene $\wedge$, $\vee$ og $\neg$ har vi gitt utsagnslogikken sin fulle uttrykkskraft.

Sammensatte utsagn

Vi skal snu litt på rekkefølgen av stoffet i forhold til læreboka.

Ved å bruke konnektivene $\wedge$, $\vee$ og $\neg$ har vi gitt utsagnslogikken sin fulle uttrykkskraft.

De konnektivene vi skal se på senere, kan erstattes med sammensatte uttrykk hvor vi bare bruker $\neg$, $\wedge$ og $\vee$.

Sammensatte utsagn

Vi skal snu litt på rekkefølgen av stoffet i forhold til læreboka.

Ved å bruke konnektivene $\wedge$, $\vee$ og $\neg$ har vi gitt utsagnslogikken sin fulle uttrykkskraft.

De konnektivene vi skal se på senere, kan erstattes med sammensatte uttrykk hvor vi bare bruker $\neg$, $\wedge$ og $\vee$.

Det er faktisk mulig å klare seg med bare $\neg$ og $\wedge$ eller bare med $\neg$ og $\vee$, men da trenger vi sammensatte utsagn som det er vanskelig å lese.

Sammensatte utsagn

Vi skal snu litt på rekkefølgen av stoffet i forhold til læreboka.

Ved å bruke konnektivene $\wedge$, $\vee$ og $\neg$ har vi gitt utsagnslogikken sin fulle uttrykkskraft.

De konnektivene vi skal se på senere, kan erstattes med sammensatte uttrykk hvor vi bare bruker $\neg$, $\wedge$ og $\vee$.

Det er faktisk mulig å klare seg med bare $\neg$ og $\wedge$ eller bare med $\neg$ og $\vee$, men da trenger vi sammensatte utsagn som det er vanskelig å lese.

For å fortsette denne diskusjonen, må vi se på hva vi mener med sammensatte utsagn.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi har sett at $x \neq 0$ egentlig er en alternativ skrivemåte for $\neg(x = 0)$.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi har sett at $x \neq 0$ egentlig er en alternativ skrivemåte for $\neg(x = 0)$.

Anta at vi i en programmeringssammenheng har bruk for å uttrykke betingelsen $x \neq 0$ og $y > 0$.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi har sett at $x \neq 0$ egentlig er en alternativ skrivemåte for $\neg(x = 0)$.

Anta at vi i en programmeringssammenheng har bruk for å uttrykke betingelsen $x \neq 0$ og $y > 0$.

Dette burde vi kunne skrive som

$$\neg(x = 0) \land y > 0.$$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi har sett at $x \neq 0$ egentlig er en alternativ skrivemåte for $\neg(x = 0)$.

Anta at vi i en programmeringssammenheng har bruk for å uttrykke betingelsen $x \neq 0$ og $y > 0$.

Dette burde vi kunne skrive som

$$\neg(x = 0) \wedge y > 0.$$

Hvis p er utsagnet $x = 0$, q er utsagnet $y > 0$ og r er utsagnet $p \wedge q$, skal $\neg r$ være utsagnet $\neg p \wedge q$?

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi har sett at $x \neq 0$ egentlig er en alternativ skrivemåte for $\neg(x = 0)$.

Anta at vi i en programmeringssammenheng har bruk for å uttrykke betingelsen $x \neq 0$ og $y > 0$.

Dette burde vi kunne skrive som

$$\neg(x = 0) \land y > 0.$$

Hvis p er utsagnet $x = 0$, q er utsagnet $y > 0$ og r er utsagnet $p \land q$, skal $\neg r$ være utsagnet $\neg p \land q$?

Det var vel ikke det vi mente, $\cdots$, eller?

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi vil bruke parenteser for å markere rekkevidden av et konnektiv, det vi si,

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi vil bruke parenteser for å markere rekkevidden av et konnektiv, det vi si,

hva vi mener med p og q når vi skriver $\neg p$, $p \wedge q$ eller $p \vee q$.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi vil bruke parenteser for å markere rekkevidden av et konnektiv, det vi si,

hva vi mener med p og q når vi skriver $\neg p$, $p \wedge q$ eller $p \vee q$.

Vi skal gi en mer formell beskrivelse av hvordan vi skal bruke parenteser senere, men praksis fra skolealgebraen vil være rettningsgivende.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi vil bruke parenteser for å markere rekkevidden av et konnektiv, det vi si,

hva vi mener med p og q når vi skriver $\neg p$, $p \wedge q$ eller $p \vee q$.

Vi skal gi en mer formell beskrivelse av hvordan vi skal bruke parenteser senere, men praksis fra skolealgebraen vil være rettningsgivende.

I eksemplet fra forrige side, kan vi skrive

$$\neg(x = 0 \wedge y > 0)$$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Vi vil bruke parenteser for å markere rekkevidden av et konnektiv, det vi si,

hva vi mener med p og q når vi skriver $\neg p$, $p \wedge q$ eller $p \vee q$.

Vi skal gi en mer formell beskrivelse av hvordan vi skal bruke parenteser senere, men praksis fra skolealgebraen vil være rettningsgivende.

I eksemplet fra forrige side, kan vi skrive

$$\neg(x = 0 \wedge y > 0)$$

hvis vi mener å negere hele konjunksjonen, mens vi vil skrive $\neg(x = 0) \wedge y > 0$ hvis det bare er $x = 0$ som skal benektes.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \wedge q$ og $\neg(p \wedge q)$.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \land q$ og $\neg(p \land q)$.

En sannhetsverditabell for et sammensatt uttrykk vil være en tabell hvor vi starter med

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \wedge q$ og $\neg(p \wedge q)$.

En sannhetsverditabell for et sammensatt uttrykk vil være en tabell hvor vi starter med

- En kolonne for hver utsagnsvariabel.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \wedge q$ og $\neg(p \wedge q)$.

En sannhetsverditabell for et sammensatt uttrykk vil være en tabell hvor vi starter med

- En kolonne for hver utsagnsvariabel.
- En kolonne for hver del av det gitte utsagnet.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \wedge q$ og $\neg(p \wedge q)$.

En sannhetsverditabell for et sammensatt uttrykk vil være en tabell hvor vi starter med

- En kolonne for hver utsagnsvariabel.
- En kolonne for hver del av det gitte utsagnet.
- En rad for hver mulig fordeling av sannhetsverdier på utsagnsvariablene

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

For tydligere å se forskjellen, kan vi regne ut sannhetsverditabellen til de to sammensatte uttrykkene $\neg p \wedge q$ og $\neg(p \wedge q)$.

En sannhetsverditabell for et sammensatt uttrykk vil være en tabell hvor vi starter med

- En kolonne for hver utsagnsvariabel.
- En kolonne for hver del av det gitte utsagnet.
- En rad for hver mulig fordeling av sannhetsverdier på utsagnsvariablene
- For hvert delutsagn skriver vi den sannhetsverdien delutsagnet vil ha i hver rad ut fra hvilke sannhetsverdier utsagnsvariablene har.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg(p \wedge q))$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg(p \wedge q))$

p	q		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T			
T			

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T			
T			
F			
F			

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg(p \wedge q))$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	
T	F		
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	
T	F	F	
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg(p \wedge q))$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	
T	F	F	
F	T	F	
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	
T	F	F	
F	T	F	
F	F	F	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	
F	T	F	
F	F	F	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	
F	F	F	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \wedge q)$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg(p \land q)$)

p	q	$p \land q$	$\neg(p \land q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \wedge q)$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \wedge q)$

p	q		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \land q)$

p	q	$\neg p$	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T			
T			

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T			
T			
F			
F			

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \land q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \land q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	
T	F		
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	
T	F	F	
F	T		
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	
T	F	F	
F	T	T	
F	F		

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \land q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \land q$
T	T	F	
T	F	F	
F	T	T	
F	F	T	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel $(\neg p \land q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \land q$
T	T	F	F
T	F	F	
F	T	T	
F	F	T	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	
F	F	T	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Eksempel ($\neg p \wedge q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

I det neste eksemplet skal vi se på et sammensatt utsagn $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

I det neste eksemplet skal vi se på et sammensatt utsagn $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$.

Det finnes 8 forskjellige måter å fordele sannhetsverdiene til tre variable på.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

I det neste eksemplet skal vi se på et sammensatt utsagn $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$.

Det finnes 8 forskjellige måter å fordele sannhetsverdiene til tre variable på.

Det betyr at tabellen vår må ha 8 linjer under streken.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

I det neste eksemplet skal vi se på et sammensatt utsagn $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$.

Det finnes 8 forskjellige måter å fordele sannhetsverdiene til tre variable på.

Det betyr at tabellen vår må ha 8 linjer under streken.

Med fire variable får vi 16 linjer.

Sammensatte utsagn, bruk av parenteser

Det er ikke noe i veien for å lage sannhetsverditabeller for sammensatte utsagn med tre eller flere utsagnsvariable.

I det neste eksemplet skal vi se på et sammensatt utsagn $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$.

Det finnes 8 forskjellige måter å fordele sannhetsverdiene til tre variable på.

Det betyr at tabellen vår må ha 8 linjer under streken.

Med fire variable får vi 16 linjer.

Det vil ikke få plass på skjermen, så da må vi utvikle andre metoder.

Tabellen overføres til onsdagens manuskript.