MAT1030 – Diskret matematikk

Plenumsregning 11: Ukeoppgaver fra kapittel 10 & Induksjonsbevis

Roger Antonsen

Matematisk Institutt, Universitetet i Oslo

24. april 2008

Grafteori

Vi regner oppgavene på tavlen i dag.

- Oppgave 10.9
- Oppgave 10.10
- Oppgave 10.11
- Oppgave 10.12
- Oppgave 10.13
- Oppgave 10.14
- Oppgave 10.15
- Oppgave 10.17
- Oppgave 10.18
- Oppgave 10.19
- En nøtt om en maur og en kube.

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$
  - en mengde av ord i et alfabet (en *induktiv definert mengde*),

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$
  - en mengde av ord i et alfabet (en *induktiv definert mengde*),
  - en mengde av utsagnslogiske formler,

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$
  - en mengde av ord i et alfabet (en *induktiv definert mengde*),
  - en mengde av utsagnslogiske formler,
  - en mengde av grafer,

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$
  - en mengde av ord i et alfabet (en *induktiv definert mengde*),
  - en mengde av utsagnslogiske formler,
  - en mengde av grafer,
  - en mengde av trær,

Induksjonsbevis

- Bevis ved induksjon er et kraftig verktøy som vi kan bruke til å bevise *universelle* påstander.
- En *universell påstand* er en påstand på formen "For enhver $x \in S$ så er det slik at...".
- Typiske muligheter for mengden S er
  - $\mathbb{N}$
  - en mengde av ord i et alfabet (en *induktiv definert mengde*),
  - en mengde av utsagnslogiske formler,
  - en mengde av grafer,
  - en mengde av trær,
  - og mye, mye mer...

- Noen typiske måter å bevise en universell påstand på er følgende.

- Noen typiske måter å bevise en universell påstand på er følgende.
- Man kan velge et vilkårlig element fra S og vise at påstanden holder for dette elementet. Siden elementet er *vilkårlig* valgt, så ligger det ingen føringer på hvilket element i S som er valgt, og hvis påstanden holder for dette elementet, så må påstanden holde for *alle* elementene i S.

- Noen typiske måter å bevise en universell påstand på er følgende.
- Man kan velge et vilkårlig element fra S og vise at påstanden holder for dette elementet. Siden elementet er *vilkårlig* valgt, så ligger det ingen føringer på hvilket element i S som er valgt, og hvis påstanden holder for dette elementet, så må påstanden holde for *alle* elementene i S.
- Man kan gi et "ikke-konstruktivt" bevis ved å anta (for motsigelse) at påstanden *ikke* holder for alle $x \in S$ og så utlede en motsigelse.

- Noen typiske måter å bevise en universell påstand på er følgende.
- Man kan velge et vilkårlig element fra S og vise at påstanden holder for dette elementet. Siden elementet er *vilkårlig* valgt, så ligger det ingen føringer på hvilket element i S som er valgt, og hvis påstanden holder for dette elementet, så må påstanden holde for *alle* elementene i S.
- Man kan gi et "ikke-konstruktivt" bevis ved å anta (for motsigelse) at påstanden *ikke* holder for alle $x \in S$ og så utlede en motsigelse.
- Man kan gi et induksjonsbevis.

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.
Anta at vi kan bevise

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.
Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$. Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$
2. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.

Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$
2. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$

Da kan vi konkludere $\forall n P(n)$.

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.

Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$
2. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$

Da kan vi konkludere $\forall n P(n)$.

Denne måten å bevise $\forall n P(n)$ på kalles induksjon.

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.

Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$
2. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$

Da kan vi konkludere $\forall n P(n)$.

Denne måten å bevise $\forall n P(n)$ på kalles induksjon.

1. kalles for *induksjonsstarten* eller *basissteget*

Følgende er sakset fra forelesning 14:

Definisjon

La $P(n)$ være et predikat med en variabel n for et element i $\mathbb{N}$.

Anta at vi kan bevise

1. $P(1)$
2. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$

Da kan vi konkludere $\forall n P(n)$.

Denne måten å bevise $\forall n P(n)$ på kalles induksjon.

1. kalles for *induksjonsstarten* eller *basissteget*
2. kalles for *induksjonsskrittet* eller *induksjonssteget*

Viktig å huske på!

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.
- Så antar man at PÅSTANDEN holder for n.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.
- Så antar man at PÅSTANDEN holder for n.
- Dette at PÅSTANDEN holder for n kalles gjerne for *induksjonshypotesen*.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.
- Så antar man at PÅSTANDEN holder for n.
- Dette at PÅSTANDEN holder for n kalles gjerne for *induksjonshypotesen*.
- Ut fra *denne antakelsen* - altså antakelsen om at induksjonshypotesen holder - så viser man at PÅSTANDEN holder for $n + 1$.

Viktig å huske på!

- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.
- Så antar man at PÅSTANDEN holder for n.
- Dette at PÅSTANDEN holder for n kalles gjerne for *induksjonshypotesen*.
- Ut fra *denne antakelsen* - altså antakelsen om at induksjonshypotesen holder - så viser man at PÅSTANDEN holder for $n+1$.

Jeg gjentar (i tilfelle noen ikke fikk det med seg):

Viktig å huske på!

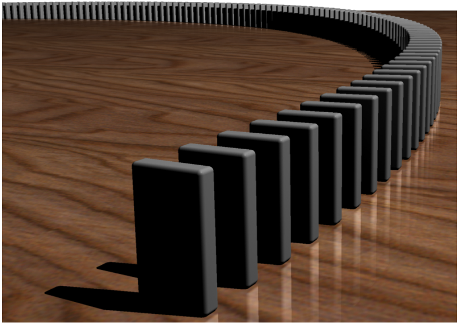
- Man må alltid ha klart for seg hva som bevises i et induksjonsbevis.
- Man må vite hva PÅSTANDEN som bevises er.
- Først så vises PÅSTANDEN for tallet 1.
- Så antar man at PÅSTANDEN holder for n.
- Dette at PÅSTANDEN holder for n kalles gjerne for *induksjonshypotesen*.
- Ut fra *denne antakelsen* - altså antakelsen om at induksjonshypotesen holder - så viser man at PÅSTANDEN holder for $n + 1$.

Jeg gjentar (i tilfelle noen ikke fikk det med seg):

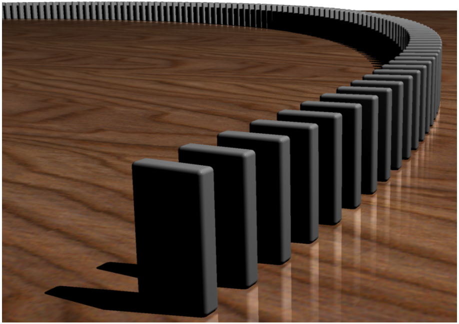
- Man må alltid ha klart for seg hva PÅSTANDEN som bevises er.

Tenk domino!

Tenk domino!

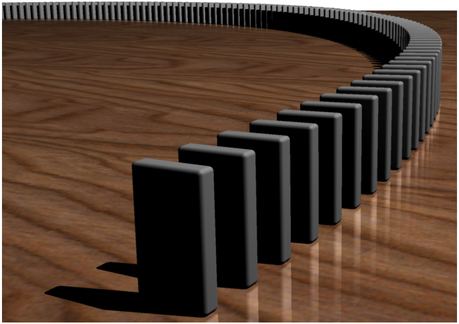


Tenk domino!



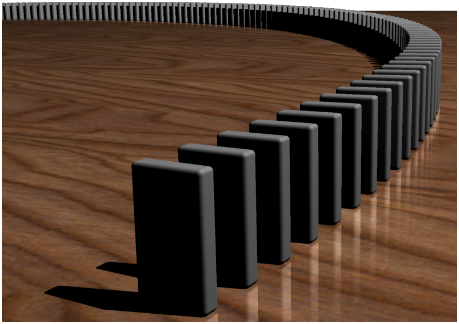
- Induksjonsstarten er at første brikke faller.

Tenk domino!



- Induksjonsstarten er at første brikke faller.
- Induksjonsskrittet er at en brikke slår den neste over ende.

Tenk domino!



- Induksjonsstarten er at første brikke faller.
- Induksjonsskrittet er at en brikke slår den neste over ende.
- "Ved *induksjon* vil alle brikkene falle over ende."

Flere viktige ting å huske på

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet "anta". Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet "anta". Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!
- Hvis du ikke har brukt induksjonshypotesen underveis, så er det sannsynligvis noe galt et sted.

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet "anta". Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!
- Hvis du ikke har brukt induksjonshypotesen underveis, så er det sannsynligvis noe galt et sted.
- Avslutt et induksjonsbevis med å si noe som likner på "Ved induksjon følger det at...".

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet "anta". Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!
- Hvis du ikke har brukt induksjonshypotesen underveis, så er det sannsynligvis noe galt et sted.
- Avslutt et induksjonsbevis med å si noe som likner på "Ved induksjon følger det at...".
- Les læreboka og forelesningsnotatene.

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet "anta". Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!
- Hvis du ikke har brukt induksjonshypotesen underveis, så er det sannsynligvis noe galt et sted.
- Avslutt et induksjonsbevis med å si noe som likner på "Ved induksjon følger det at...".
- Les læreboka og forelesningsnotatene.
- Les gjerne på nettet:
  `http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_induction`

Flere viktige ting å huske på

- Man må alltid vise både induksjonsstarten og induksjonskrittet.
- Begynn induksjonskrittet med å anta at induksjonshypotesen holder, f.eks. at påstanden holder for et tall n.
- Bruk ordet “anta”. Hele poenget med matematiske bevis er å tenke ut fra antakelser!
- Hvis du ikke har brukt induksjonshypotesen underveis, så er det sannsynligvis noe galt et sted.
- Avslutt et induksjonsbevis med å si noe som likner på “Ved induksjon følger det at...”.
- Les læreboka og forelesningsnotatene.
- Les gjerne på nettet:
  http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_induction
- Og øv!

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  - $n = 4$ gir $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  - $n = 4$ gir $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$
  - og så videre...

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  - $n = 4$ gir $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$
  - og så videre...
- Men, vi ønsker et bevis for at dette holder for alle naturlige tall!

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  - $n = 4$ gir $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$
  - og så videre...
- Men, vi ønsker et bevis for at dette holder for alle naturlige tall!
- Da er et induksjonsbevis veien å gå.

- La oss bevise at påstanden

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

  holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.
- Først sjekker vi om det er plausibelt:
  - $n = 1$ gir $1 = 1^2$
  - $n = 2$ gir $1 + 3 = 4 = 2^2$
  - $n = 3$ gir $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
  - $n = 4$ gir $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$
  - og så videre...
- Men, vi ønsker et bevis for at dette holder for alle naturlige tall!
- Da er et induksjonsbevis veien å gå.
- Vi viser påstanden ved induksjon på naturlige tall.

Bevis

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
    - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
  - Nå må vi vise at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
  - Nå må vi vise at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.
  - Vi må altså vise at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2(k + 1) - 1) = (k + 1)^2$ er sant.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
  - Nå må vi vise at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.
  - Vi må altså vise at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2(k + 1) - 1) = (k + 1)^2$ er sant.
  - Vi må vise at venstresiden er lik høyresiden.

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
  - Nå må vi vise at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.
  - Vi må altså vise at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2(k + 1) - 1) = (k + 1)^2$ er sant.
  - Vi må vise at venstresiden er lik høyresiden.
  - Venstresiden er lik $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k + 1)$ som er lik $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$

Bevis

- Hva er PÅSTANDEN? Hva vil det si at påstanden holder for n?
- Det er at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ er sant.
- Induksjonsstarten er at PÅSTANDEN holder for $n = 1$.
  - Vi setter inn 1 for n og får $1 = 1^2$, som stemmer.
- Induksjonsskrittet er at hvis PÅSTANDEN holder for k, så holder den for $k + 1$.
- Her kommer induksjonsskrittet i beviset.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for k.
  - Det betyr at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
  - Nå må vi vise at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.
  - Vi må altså vise at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2(k + 1) - 1) = (k + 1)^2$ er sant.
  - Vi må vise at venstresiden er lik høyresiden.
  - Venstresiden er lik $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k + 1)$ som er lik $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$
  - Vi må vise at dette er lik høyresiden, som er lik $(k + 1)^2$.

- Vi må tenke ut fra antakelser!

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.)

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.)
- Ved å bytte ut $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1)$ med k^2 i *venstresiden*, så får vi $k^2 + (2k + 1)$.

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.)
- Ved å bytte ut $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1)$ med k^2 i *venstresiden*, så får vi $k^2 + (2k + 1)$.
- Det er lik $(k + 1)^2$

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.)
- Ved å bytte ut $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1)$ med k^2 i *venstresiden*, så får vi $k^2 + (2k + 1)$.
- Det er lik $(k + 1)^2$

  som er det samme som høyresiden, *nøyaktig* det vi skulle vise!

- Vi må tenke ut fra antakelser!
- Hva vet vi?
  - Vi vet at $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ er sant.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for k.)
- Hva er målet vårt?
  - Det er å vise at *venstresiden* $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$ er lik *høyresiden* $(k + 1)^2$.
    (Det er at PÅSTANDEN holder for $k + 1$.)
- Ved å bytte ut $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1)$ med k^2 i *venstresiden*, så får vi $k^2 + (2k + 1)$.
- Det er lik $(k + 1)^2$

  som er det samme som høyresiden, *nøyaktig* det vi skulle vise!
- Ved induksjon følger det at påstanden holder for alle naturlige tall $n \geq 1$.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.
- Hva som er induksjonsstarten og induksjonskrittet samsvarer gjerne med hvordan mengden er definert.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.
- Hva som er induksjonsstarten og induksjonskrittet samsvarer gjerne med hvordan mengden er definert.
- F.eks. har vi induksjonsbevis for universelle påstander om *ord som er induktivt definert*.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.
- Hva som er induksjonsstarten og induksjonskrittet samsvarer gjerne med hvordan mengden er definert.
- F.eks. har vi induksjonsbevis for universelle påstander om *ord som er induktivt definert*.
    - En mengde av ord er ofte definert som den *minste* mengden av strenger slik at *den tomme strengen er med* og slik at *hvis X er med, så er også Y med*. (Hvor X og Y er passende beskrivelser.)

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.
- Hva som er induksjonsstarten og induksjonskrittet samsvarer gjerne med hvordan mengden er definert.
- F.eks. har vi induksjonsbevis for universelle påstander om *ord som er induktivt definert*.
  - En mengde av ord er ofte definert som den *minste* mengden av strenger slik at *den tomme strengen er med* og slik at *hvis X er med, så er også Y med*. (Hvor X og Y er passende beskrivelser.)
  - Da blir induksjonsstarten at påstanden holder for den tomme strengen.

- Induksjonsbevis for universelle påstander om andre ting enn naturlige tall er også veldig viktig.
- Det er viktig å tenke over hva som er induksjonsstarten og hva som er induksjonsskrittet i de forskjellige tilfellene.
- Hva som er induksjonsstarten og induksjonskrittet samsvarer gjerne med hvordan mengden er definert.
- F.eks. har vi induksjonsbevis for universelle påstander om *ord som er induktivt definert*.
  - En mengde av ord er ofte definert som den *minste* mengden av strenger slik at *den tomme strengen er med* og slik at *hvis X er med, så er også Y med*. (Hvor X og Y er passende beskrivelser.)
  - Da blir induksjonsstarten at påstanden holder for den tomme strengen.
  - Og induksjonsskrittet vil svare til hvordan mengden er definert.

Superenkelt eksempel

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.
- Legg merke til at dette er en *universell* påstand: For alle ord i S så er det slik at to etterfølgende sifre ikke er like.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.
- Legg merke til at dette er en *universell* påstand: For alle ord i S så er det slik at to etterfølgende sifre ikke er like.
- Vi viser påstanden ved induksjon på lengden av ord, siden hvert steg i konstruksjonen over øker lengden med 1.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.
- Legg merke til at dette er en *universell* påstand: For alle ord i S så er det slik at to etterfølgende sifre ikke er like.
- Vi viser påstanden ved induksjon på lengden av ord, siden hvert steg i konstruksjonen over øker lengden med 1.
- Dette er en vanlig måte å formulere et induksjonsbevis på.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.
- Legg merke til at dette er en *universell* påstand: For alle ord i S så er det slik at to etterfølgende sifre ikke er like.
- Vi viser påstanden ved induksjon på lengden av ord, siden hvert steg i konstruksjonen over øker lengden med 1.
- Dette er en vanlig måte å formulere et induksjonsbevis på.
- Det må da være helt klart hva *lengde* betyr. I dette tilfellet er det antall sifre i ordet.

Superenkelt eksempel

- La S være den minste mengden slik at
  - sifrene 0 og 1 er med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 0, så er $a1$ med i S, og
  - hvis a er med i S og det siste sifferet i a er 1, så er $a0$ med i S.
- Oppgave: vis at det ikke fins noe ord i S hvor det samme sifferet forekommer rett etter hverandre.
- Legg merke til at dette er en *universell* påstand: For alle ord i S så er det slik at to etterfølgende sifre ikke er like.
- Vi viser påstanden ved induksjon på lengden av ord, siden hvert steg i konstruksjonen over øker lengden med 1.
- Dette er en vanlig måte å formulere et induksjonsbevis på.
- Det må da være helt klart hva *lengde* betyr. I dette tilfellet er det antall sifre i ordet.
- Det vanlige er at induksjonsbeviset følger stegene i hvordan en mengde er definert.

- Induksjonsstarten.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.

- Induksjonsstarten.
    - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
    - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
    - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
    - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.
    - La a være et ord av lengde $n + 1$.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n+1$.
  - La a være et ord av lengde $n+1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.
  - La a være et ord av lengde $n + 1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.
  - Hvis siste siffer i a er 0, så må a være lik $b0$, hvor siste siffer i b er 1.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.
  - La a være et ord av lengde $n + 1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.
  - Hvis siste siffer i a er 0, så må a være lik $b0$, hvor siste siffer i b er 1.
  - Hvis siste siffer i a er 1, så må a være lik $b1$, hvor siste siffer i b er 0.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.
  - La a være et ord av lengde $n + 1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.
  - Hvis siste siffer i a er 0, så må a være lik $b0$, hvor siste siffer i b er 1.
  - Hvis siste siffer i a er 1, så må a være lik $b1$, hvor siste siffer i b er 0.
  - Ved antakelsen (induksjonshypotesen), så inneholder ikke b to etterfølgende sifre som er like.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n + 1$.
  - La a være et ord av lengde $n + 1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.
  - Hvis siste siffer i a er 0, så må a være lik $b0$, hvor siste siffer i b er 1.
  - Hvis siste siffer i a er 1, så må a være lik $b1$, hvor siste siffer i b er 0.
  - Ved antakelsen (induksjonshypotesen), så inneholder ikke b to etterfølgende sifre som er like.
  - Da gjør ikke a det heller.

- Induksjonsstarten.
  - Vi viser at PÅSTANDEN holder for ord av lengde 1.
  - Et ord av lengde 1 er enten 0 eller 1 og her det ingen etterfølgende sifre som er like.
- Induksjonsskrittet.
  - Anta at PÅSTANDEN holder for ord av lengde n, hvor $n \geq 1$.
  - Vi skal vise at PÅSTANDEN holder for ord av lengde $n+1$.
  - La a være et ord av lengde $n+1$.
  - Siden $n \geq 1$ må ordet har minst lengde 2.
  - Hvis siste siffer i a er 0, så må a være lik $b0$, hvor siste siffer i b er 1.
  - Hvis siste siffer i a er 1, så må a være lik $b1$, hvor siste siffer i b er 0.
  - Ved antakelsen (induksjonshypotesen), så inneholder ikke b to etterfølgende sifre som er like.
  - Da gjør ikke a det heller.
- Påstanden følger ved induksjon på lengden av ord.

Vi tar mer repetisjon på tavla

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.
    - F.eks. beviset for at ethvert tre med n noder har $n - 1$ kanter.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.
    - F.eks. beviset for at ethvert tre med n noder har $n-1$ kanter.
  - Induksjonsbevis for å vise at rekursivt definerte funksjoner har bestemte egenskaper, f.eks. at de oppfyller bestemte likninger.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.
    - F.eks. beviset for at ethvert tre med n noder har $n-1$ kanter.
  - Induksjonsbevis for å vise at rekursivt definerte funksjoner har bestemte egenskaper, f.eks. at de oppfyller bestemte likninger.
    - Vi viste f.eks. at funksjonen definert ved $f(1) = 1$ og $f(n+1) = f(n) + (2n-1)$ oppfyller likningen $f(n) = n^2$.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.
    - F.eks. beviset for at ethvert tre med n noder har $n-1$ kanter.
  - Induksjonsbevis for å vise at rekursivt definerte funksjoner har bestemte egenskaper, f.eks. at de oppfyller bestemte likninger.
    - Vi viste f.eks. at funksjonen definert ved $f(1) = 1$ og $f(n+1) = f(n) + (2n-1)$ oppfyller likningen $f(n) = n^2$.
  - Andre induksjonsprinsipper, f.eks. når vi antar at en påstand holder for alle tall $m < n$.

Vi tar mer repetisjon på tavla

- Vi snakker om andre former for induksjon og regner eventuelt flere oppgaver.
- Vi ser litt på
  - Induksjonsbevis i grafteori.
    - F.eks. beviset for at ethvert tre med n noder har $n-1$ kanter.
  - Induksjonsbevis for å vise at rekursivt definerte funksjoner har bestemte egenskaper, f.eks. at de oppfyller bestemte likninger.
    - Vi viste f.eks. at funksjonen definert ved $f(1) = 1$ og $f(n+1) = f(n) + (2n-1)$ oppfyller likningen $f(n) = n^2$.
  - Andre induksjonsprinsipper, f.eks. når vi antar at en påstand holder for alle tall $m < n$.
  - Grunnlaget for induksjonsbevis.

Oppgave: hvor er feilen?

Oppgave: hvor er feilen?

- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.

Oppgave: hvor er feilen?

- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.
- BEVIS: Ved induksjon på mengden av sjongleringsballer.

Oppgave: hvor er feilen?

- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.
- BEVIS: Ved induksjon på mengden av sjongleringsballer.
- INDUKSJONSSTART: I en mengde sjongleringsballer av størrelse 1, så holder påstanden. Her, f.eks., er alle blå:

Oppgave: hvor er feilen?

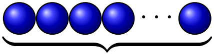
- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.
- BEVIS: Ved induksjon på mengden av sjongleringsballer.
- INDUKSJONSSTART: I en mengde sjongleringsballer av størrelse 1, så holder påstanden. Her, f.eks., er alle blå:

- INDUKSJONSSKRITTET:

Oppgave: hvor er feilen?

- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.
- BEVIS: Ved induksjon på mengden av sjongleringsballer.
- INDUKSJONSSTART: I en mengde sjongleringsballer av størrelse 1, så holder påstanden. Her, f.eks., er alle blå:

- INDUKSJONSSKRITTET:
- Anta at påstanden holder for alle mengder av størrelse n.

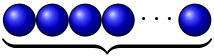


n sjongleringsballer

Oppgave: hvor er feilen?

- PÅSTAND: Alle sjongleringsballer har samme farge.
- BEVIS: Ved induksjon på mengden av sjongleringsballer.
- INDUKSJONSSTART: I en mengde sjongleringsballer av størrelse 1, så holder påstanden. Her, f.eks., er alle blå:

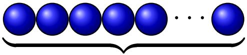
- INDUKSJONSSKRITTET:
- Anta at påstanden holder for alle mengder av størrelse n.



n sjongleringsballer

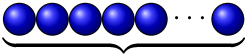
- Dette er induksjonshypotesen vår.

- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n + 1$.



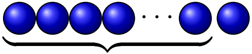
$n{+}1$ sjongleringsballer

- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



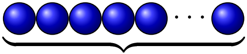
$n+1$ sjongleringsballer

- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



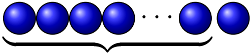
n sjongleringsballer

- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



$n{+}1$ sjongleringsballer

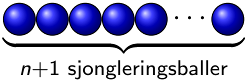
- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



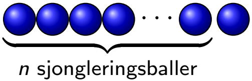
n sjongleringsballer

- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.

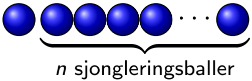
- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n + 1$.



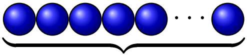
- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.
- Vi ser på de n *siste* sjongleringsballene i S:

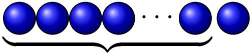


- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



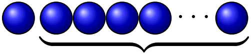
n+1 sjongleringsballer

- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



n sjongleringsballer

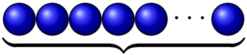
- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.
- Vi ser på de n *siste* sjongleringsballene i S:



n sjongleringsballer

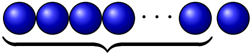
- Siden dette er en mengde av størrelse n, så må alle ballene ha samme farge.

- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



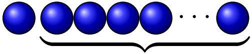
n+1 sjongleringsballer

- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



n sjongleringsballer

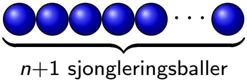
- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.
- Vi ser på de n *siste* sjongleringsballene i S:



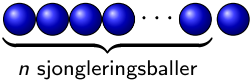
n sjongleringsballer

- Siden dette er en mengde av størrelse n, så må alle ballene ha samme farge.
- Da må alle ballene i S ha samme farge.

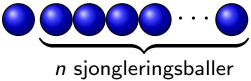
- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:

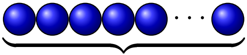


- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.
- Vi ser på de n *siste* sjongleringsballene i S:



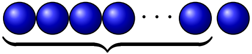
- Siden dette er en mengde av størrelse n, så må alle ballene ha samme farge.
- Da må alle ballene i S ha samme farge.
- Ved induksjon må alle sjongleringsballer ha samme farge.

- La S være en mengde sjongleringsballer av størrelse $n+1$.



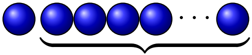
$n+1$ sjongleringsballer

- Vi ser på de n *første* sjongleringsballene i S:



n sjongleringsballer

- Denne delmengden har størrelse n. Ved induksjonshypotesen må alle disse n ballene ha samme farge.
- Vi ser på de n *siste* sjongleringsballene i S:



n sjongleringsballer

- Siden dette er en mengde av størrelse n, så må alle ballene ha samme farge.
- Da må alle ballene i S ha samme farge.
- Ved induksjon må alle sjongleringsballer ha samme farge. ELLER?