

# Plenumsregning 4

## Ukeoppgaver fra kapittel 3 & 4

Roger Antonsen - 7. februar 2008

### Oppgave 3.15

Forklar følgende påstand ved å vise til beregninger med reelle tall på eksponentiell form: "Man mister presisjon når nesten like tall subtraheres."

### Løsning

Man mister presisjon fordi antall gjeldende/signifikante siffer reduseres. Eksempel:

$$\begin{array}{rcl} & 0,23456 \cdot 10^5 & 5 \text{ gjeldende siffer} \\ - & 0,2345 \cdot 10^5 & 4 \text{ gjeldende siffer} \\ \hline = & 0,00006 \cdot 10^5 & \\ = & 0,6 \cdot 10^1 & 1 \text{ gjeldende siffer} \end{array}$$

### Oppgave 4.1

Uttrykk følgende utsagn i utsagnslogikk og identifiser hovedkonnektivene.

- (a) Either Karen is studying computing and Minh is not studying mathematics, or Minh is studying mathematics.
- (b) It is not the case that if it is sunny then I will carry an umbrella.
- (c) The program will terminate if and only if the input is not numeric or the escape key is pressed.
- (d) If  $x = 7$  and  $y \neq 4$  and  $z = 2$ , then if it is not true that either  $y = 4$  or  $z \neq 2$  then  $x = 7$  or  $z = 2$ .

### Løsning 4.1

- (a) Either Karen is studying computing and Minh is not studying mathematics, or Minh is studying mathematics.

$p$ : "Karen is studying computing"

$q$ : "Minh is studying mathematics"

Svar:  $(p \wedge \neg q) \vee q$

Hovedkonnektivet er  $\vee$  (eller)

- (b) It is not the case that if it is sunny then I will carry an umbrella.

$p$ : "it is sunny"       $q$ : "I will carry an umbrella"

Svar:  $\neg(p \rightarrow q)$

Hovedkonnektivet er  $\neg$  (ikke)

### Løsning 4.1

(c) The program will terminate if and only if the input is not numeric or the escape key is pressed.

$p$ : "the program will terminate"

$q$ : "the input is numeric"

$r$ : "the escape key is pressed"

Svar:  $p \leftrightarrow (\neg q \vee r)$

Hovedkonnektivet er  $\leftrightarrow$  (hvis-og-bare-hvis)

(d) If  $x = 7$  and  $y \neq 4$  and  $z = 2$ , then if it is not true that either  $y = 4$  or  $z \neq 2$  then  $x = 7$  or  $z = 2$ .

$p$ : " $x = 7$ "       $q$ : " $y = 4$ "       $r$ : " $z = 2$ "

Svar:  $(p \wedge \neg q \wedge r) \rightarrow (\neg(q \vee \neg r) \rightarrow (p \vee r))$

Hovedkonnektivet er første forekomst av  $\rightarrow$  (hvis-så)

### Oppgave 4.2

$p$ : det snør

$q$ : jeg skal gå på ski

### Løsning

(a)  $\neg p \wedge q$ :

Det snør ikke og jeg skal gå på ski.

(b)  $p \rightarrow q$ :

Hvis det snør, så skal jeg gå på ski.

(c)  $\neg q \rightarrow p$ :

Hvis jeg ikke skal gå på ski, så snør det.

(d)  $(p \vee \neg q) \wedge p$ :

Enten snør det eller så skal jeg ikke gå på ski, og det snør.

### Oppgave 4.3

(a) Skriv opp sannhetsverditabellen for konnektivet **xor** med symbolet  $\oplus$ , hvor  $p \oplus q$  betyr "Enten  $p$  eller  $q$ , men ikke begge."

(b) Skriv opp sannhetsverditabeller som viser at  $p \oplus q$  er logisk ekvivalent med  $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ .

### Løsning

$p$	$q$	$(p \oplus q)$	$(p \vee q)$	$(p \wedge q)$	$\neg(p \wedge q)$	$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$
T	T	F	T	T	F	F
T	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	F	F	T	F

Kolonne 1–3 er svar på (a). For (b), så må det påpekes at kolonne 3 og 7 er like.

### Oppgave 4.6

Sett opp sannhetsverditabeller for følgende uttrykk. For hvert tilfelle, finn ut om det er en tautologi, en kontradiksjon eller ingen av delene.

#### Løsning

Vi gjør (a) og (d) her, og eventuelt (b) og (c) på tavlen.

#### Løsning

(a)  $\neg(p \vee \neg q) \vee p$

$p$	$q$	$\neg(p \vee \neg q)$	$\vee$	$p$
T	T	F	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	F	T	F

- Utsagnet er hverken en tautologi eller en kontradiksjon.

#### Løsning

(d)  $[(p \wedge r) \vee (q \wedge r)] \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$

$p$	$q$	$r$	$[(p \wedge r) \vee (q \wedge r)]$	$\rightarrow$	$(p \rightarrow \neg q)$
T	T	T	T	F	F
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	F
F	T	F	F	T	F
F	F	T	F	T	T
F	F	F	F	T	T

- Utsagnet er hverken en tautologi eller en kontradiksjon.

### Oppgave 4.11

If ikke( $x \geq 3$  og  $x < 6$ ) then ...

### Løsning

- ikke( $x \geq 3$  og  $x < 6$ ) kan skrives om til
- (ikke  $x \geq 3$ ) eller (ikke  $x < 6$ ), som kan skrives om til
- $x < 3$  eller  $x \geq 6$
- Vi får da: **If**  $x < 3$  eller  $x \geq 6$  **then** ...

### Oppgave 4.12

Skriv om følgende pseudokode ved å erstatte **Repeat-until**-løkken med en **While-do**-løkke:

1.  $n \leftarrow 0$
2.  $term \leftarrow 1$
3.  $sum \leftarrow 0$
4. **Repeat**
  - 4.1.  $n \leftarrow n + 1$
  - 4.2.  $term \leftarrow term/2$
  - 4.3.  $sum \leftarrow sum + term$**until**  $term < 0,001$  eller  $n = 100$

### Løsning

- **Repeat-until**-løkken blir utført minst én gang.
- Så lenge betingelsen ( $term < 0,001$  eller  $n = 100$ ) *ikke* er oppfylt, så skal koden i løkken utføres. Vi kan derfor se på betingelsen "ikke ( $term < 0,001$  eller  $n = 100$ )":
  - ikke ( $term < 0,001$  eller  $n = 100$ )
  - (ikke  $term < 0,001$ ) og (ikke  $n = 100$ )
  - $term \geq 0,001$  og  $n \neq 100$

### Løsning

#### Gammel kode

1.  $n \leftarrow 0$
2.  $term \leftarrow 1$
3.  $sum \leftarrow 0$
4. **Repeat**
  - 4.1.  $n \leftarrow n + 1$
  - 4.2.  $term \leftarrow term/2$
  - 4.3.  $sum \leftarrow sum + term$**until**  $term < 0,001$  eller  $n = 100$

#### Ny kode

1.  $n \leftarrow 0$
2.  $term \leftarrow 1$
3.  $sum \leftarrow 0$
4.  $n \leftarrow n + 1$
5.  $term \leftarrow term/2$
6.  $sum \leftarrow sum + term$
7. **While**  $term \geq 0,001$  og  $n \neq 100$  **do**
  - 7.1.  $n \leftarrow n + 1$
  - 7.2.  $term \leftarrow term/2$
  - 7.3.  $sum \leftarrow sum + term$

### Oppgave 4.16

Finn et uttrykk som er logisk ekvivalent med  $p \vee q$ , men som kun bruker konnektivene  $\wedge$  og  $\neg$ .

#### Løsning

- Vi vet at  $p \vee q$  er logisk ekvivalent med  $\neg\neg(p \vee q)$ .
- Vi vet også at  $\neg(p \vee q)$  er logisk ekvivalent med  $\neg p \wedge \neg q$ .
- Da må  $\neg\neg(p \vee q)$ , og  $p \vee q$ , være logisk ekvivalent med  $\neg(\neg p \wedge \neg q)$ .

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg$	$(\neg p$	$\wedge$	$\neg q)$
T	T	T	T	F	F	F
T	F	T	T	F	F	T
F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T	T

### Oppgave 4.17

$p$	$q$	$p q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

- (a) Finn et uttrykk som er logisk ekvivalent med  $\neg p$  som kun bruker  $|$ .  
(b) Finn et uttrykk som er logisk ekvivalent med  $p \wedge q$  som kun bruker  $|$ .  
(c) Finn et uttrykk som er logisk ekvivalent med  $p \vee q$  som kun bruker  $|$ .

#### Løsning

(a)

$p$	$p p$
T	F
F	T

(b)

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p q$	$(p q) (p q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

(c)

$p$	$q$	$p \vee q$	$p p$	$q q$	$(p p) (q q)$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F

### Oppgave 4.24

Denne setningen har fem ord.

- (a) Hva er sannhetsverdien til denne påstanden?
- (b) Skriv ned negasjonen til påstanden. Hva er sannhetsverdien?

### Løsning

- (a) Den er sann.
- (b) "Denne setningen har ikke fem ord." Den er også sann. (Diskusjon i plenum.)