MAT1030 – Diskret matematikk

Plenumsregning 6: Ukeoppgaver fra kapittel 5

Roger Antonsen

Matematisk Institutt, Universitetet i Oslo

21. februar 2008

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 3\}$

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20$ og x er delbar med $3\}$

(c) Mengden av alle naturlige tall som gir en rest på 1 når de deles på 5.

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 3\}$

(c) Mengden av alle naturlige tall som gir en rest på 1 når de deles på 5.

Løsning

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler
(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 3\}$
(c) Mengden av alle naturlige tall som gir en rest på 1 når de deles på 5.

Løsning

(a) $\{\text{a}, \text{e}, \text{i}, \text{o}, \text{u}, \text{y}, \text{æ}, \text{ø}, \text{å}\}$

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 3\}$

(c) Mengden av alle naturlige tall som gir en rest på 1 når de deles på 5.

Løsning

(a) $\{\text{a}, \text{e}, \text{i}, \text{o}, \text{u}, \text{y}, \text{æ}, \text{ø}, \text{å}\}$

(b) $\{12, 15, 18\}$

Oppgave 5.1

Skriv følgende mengder på listeform.

(a) Mengden av alle vokaler

(b) $\{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 3\}$

(c) Mengden av alle naturlige tall som gir en rest på 1 når de deles på 5.

Løsning

(a) $\{\text{a}, \text{e}, \text{i}, \text{o}, \text{u}, \text{y}, \text{æ}, \text{ø}, \text{å}\}$

(b) $\{12, 15, 18\}$

(c) $\{1, 6, 11, 16, \ldots\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på “predikatform”.

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på “predikatform”.

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 4\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20$ og x er delbar med $4\}$ eller
$\{x : x = 4y$ for et naturlig tall $y \leq 5\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 4\}$ eller
$\{x : x = 4y \text{ for et naturlig tall } y \leq 5\}$

(b) $\{x : x \text{ er en streng med tre bit}\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20$ og x er delbar med $4\}$ eller
$\{x : x = 4y$ for et naturlig tall $y \leq 5\}$

(b) $\{x : x$ er en streng med tre bit$\}$ eller $\{x : x \in \{0, 1\}^3\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 4\}$ eller
$\{x : x = 4y \text{ for et naturlig tall } y \leq 5\}$

(b) $\{x : x \text{ er en streng med tre bit}\}$ eller $\{x : x \in \{0, 1\}^3\}$

(c) $\{x : \text{det fins et naturlig tall } y \text{ slik at } x = y^2\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 4\}$ eller
$\{x : x = 4y \text{ for et naturlig tall } y \leq 5\}$

(b) $\{x : x \text{ er en streng med tre bit}\}$ eller $\{x : x \in \{0, 1\}^3\}$

(c) $\{x : \text{det fins et naturlig tall } y \text{ slik at } x = y^2\}$ eller $\{x^2 : x \in \mathbb{N}\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20$ og x er delbar med $4\}$ eller
$\{x : x = 4y$ for et naturlig tall $y \leq 5\}$

(b) $\{x : x$ er en streng med tre bit$\}$ eller $\{x : x \in \{0, 1\}^3\}$

(c) $\{x :$ det fins et naturlig tall y slik at $x = y^2\}$ eller $\{x^2 : x \in \mathbb{N}\}$ eller
$\{x \in \mathbb{N} : \exists y(x = y^2)\}$

Oppgave 5.2

Skriv ned følgende mengder på "predikatform".

(a) $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

(b) $\{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$

Løsning

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x \leq 20 \text{ og } x \text{ er delbar med } 4\}$ eller
$\{x : x = 4y \text{ for et naturlig tall } y \leq 5\}$

(b) $\{x : x \text{ er en streng med tre bit}\}$ eller $\{x : x \in \{0, 1\}^3\}$

(c) $\{x : \text{det fins et naturlig tall } y \text{ slik at } x = y^2\}$ eller $\{x^2 : x \in \mathbb{N}\}$ eller
$\{x \in \mathbb{N} : \exists y(x = y^2)\}$ eller $\{x : \text{x er et kvadrattall}\}$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ `Sann`

(b) $1 \subseteq A$ `Usann`

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann
(b) $1 \subseteq A$ Usann
(c) $\{1\} \in A$ Sann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$ Usann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$ Usann

(i) $\{3\} \in A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$ Usann

(i) $\{3\} \in A$ Usann

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$ Usann

(i) $\{3\} \in A$ Usann

(j) $\{3\} \subseteq A$

Oppgave 5.3

La $A = \{1, \{1\}, \{2\}, 3\}$. Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og usanne.

Løsning

(a) $1 \in A$ Sann

(b) $1 \subseteq A$ Usann

(c) $\{1\} \in A$ Sann

(d) $\{1\} \subseteq A$ Sann

(e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ Sann

(f) $2 \in A$ Usann

(g) $\{2\} \in A$ Sann

(h) $\{2\} \subseteq A$ Usann

(i) $\{3\} \in A$ Usann

(j) $\{3\} \subseteq A$ Sann

Oppgave 5.4

La

$$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\},$$
$$A = \{x : x \text{ er oddetall}\},$$
$$B = \{x : x > 7\}, \text{ og}$$
$$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}.$$

Lag Venn-diagrammer for mengdene. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \cap B$
(b) $B \cup C$
(c) $\overline{A}$
(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$
(e) $\overline{(}A \cup C) \cup \overline{C}$

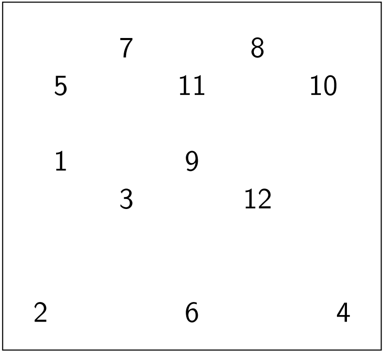
7 8

5 11 10

1 9

3 12

2 6 4

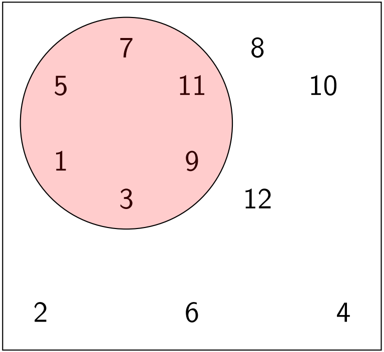


$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

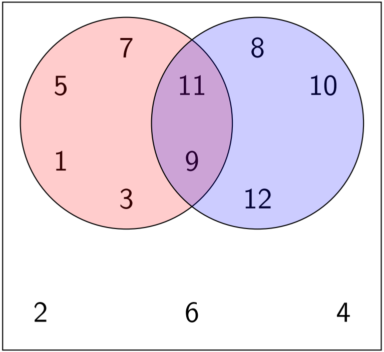


$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$\boxed{A = \{x : x \text{ er oddetall}\}}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

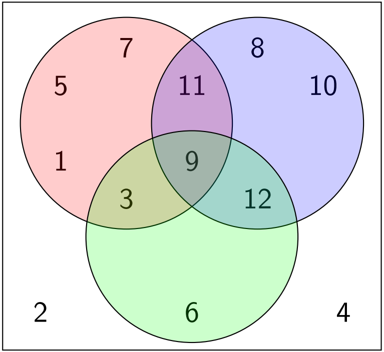


$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$



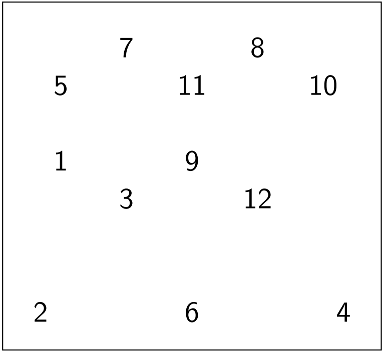
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(a) $A \cap B$



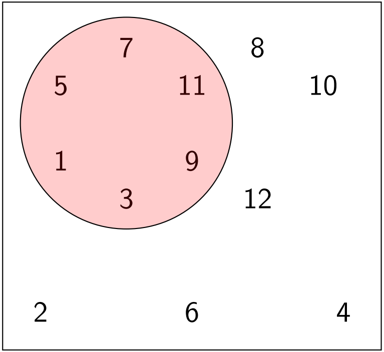
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(a) $A \cap B$



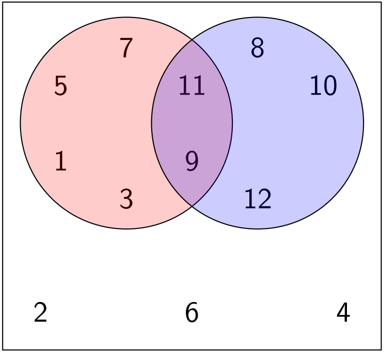
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(a) $A \cap B$



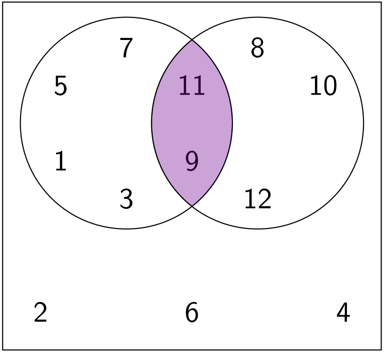
$$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$$

$$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$$

$$B = \{x : x > 7\}$$

$$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$$

(a) $A \cap B$



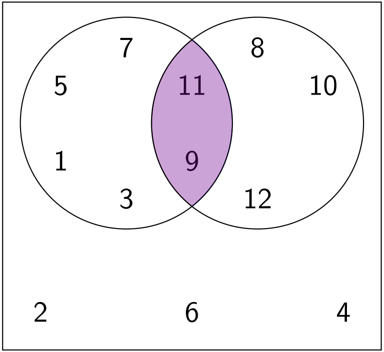
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(a) $A \cap B$



$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

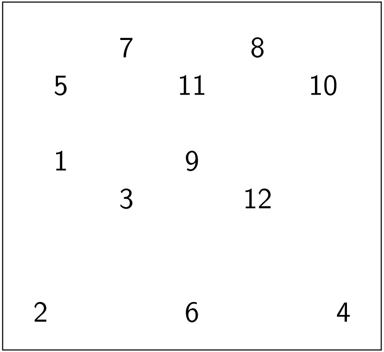
$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

Svar (a): $\{9, 11\}$

(b) $B \cup C$



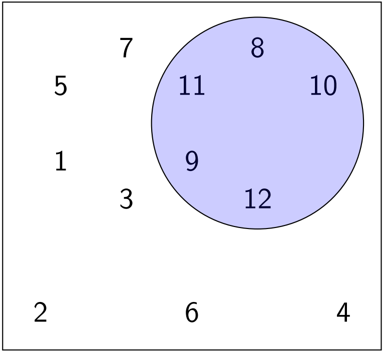
$$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$$

$$\boxed{A = \{x : x \text{ er oddetall}\}}$$

$$\boxed{B = \{x : x > 7\}}$$

$$\boxed{C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}}$$

(b) $B \cup C$



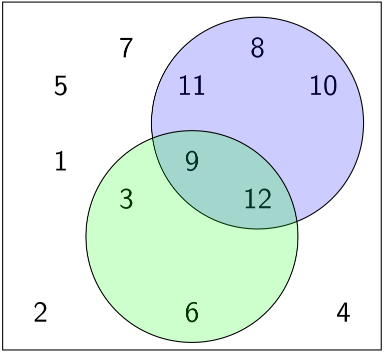
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(b) $B \cup C$



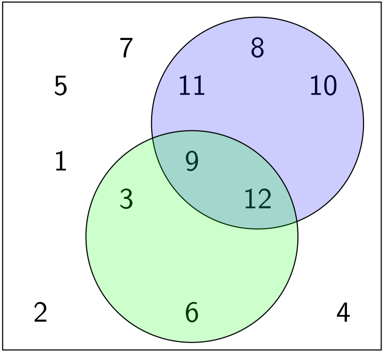
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(b) $B \cup C$



$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

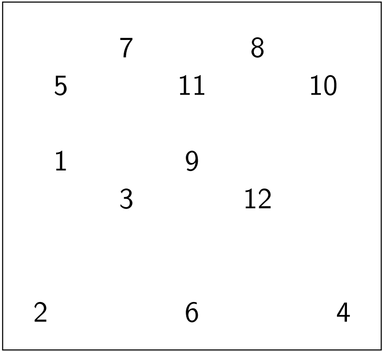
$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

Svar (b): $\{3, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$

(c) $\overline{A}$



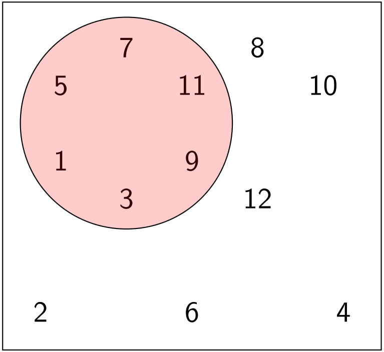
$$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$$

$$\boxed{A = \{x : x \text{ er oddetall}\}}$$

$$\boxed{B = \{x : x > 7\}}$$

$$\boxed{C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}}$$

(c) $\overline{A}$



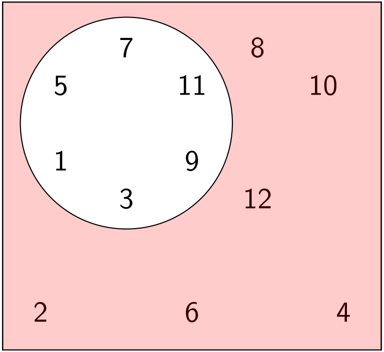
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(c) $\overline{A}$



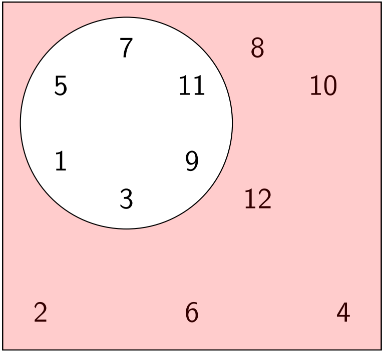
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(c) $\overline{A}$



$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

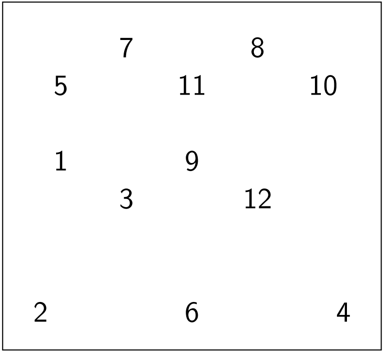
$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

Svar (c): $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



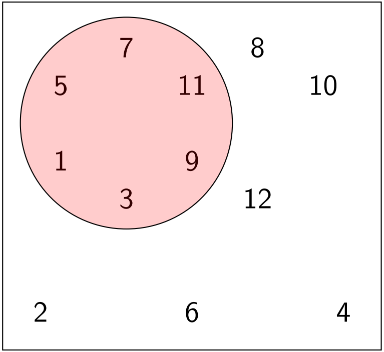
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



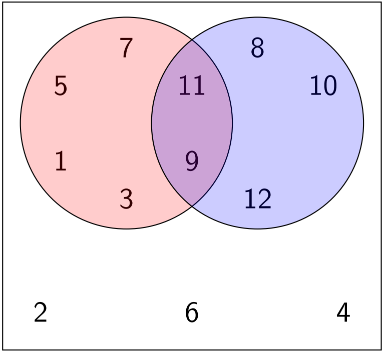
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



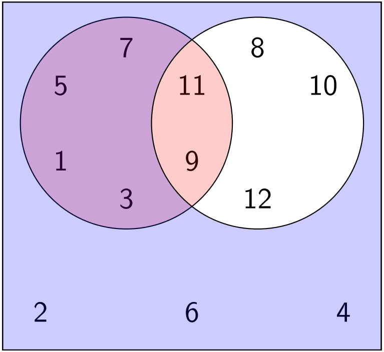
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



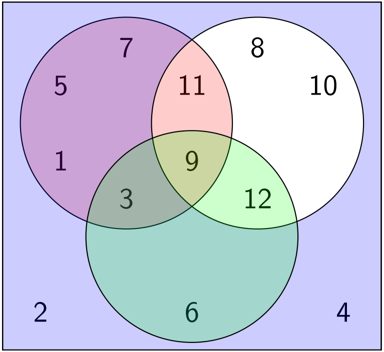
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



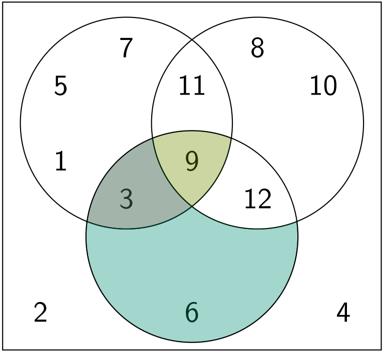
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



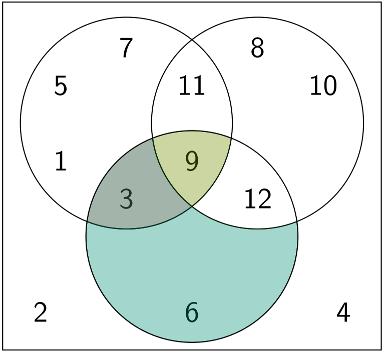
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(d) $(A \cup \overline{B}) \cap C$



$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

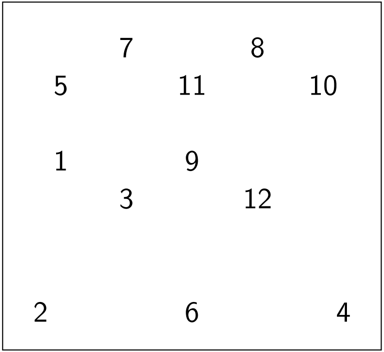
$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

Svar (d): $\{3, 6, 9\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



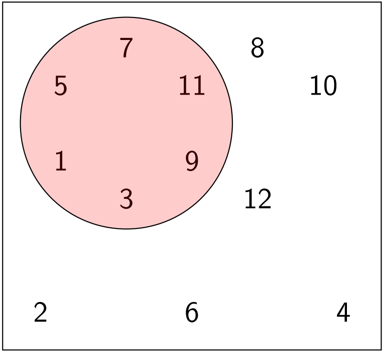
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$\boxed{A = \{x : x \text{ er oddetall}\}}$

$\boxed{B = \{x : x > 7\}}$

$\boxed{C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



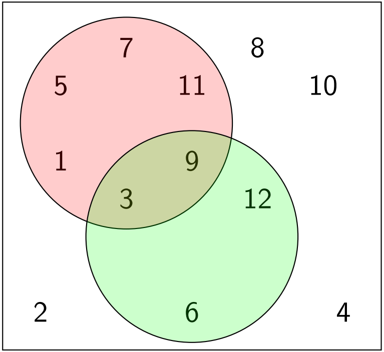
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



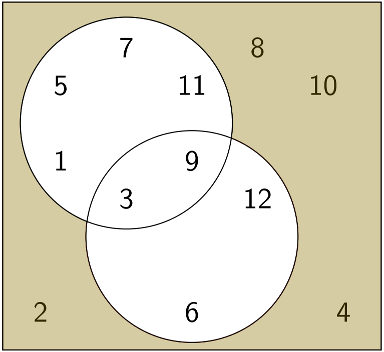
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



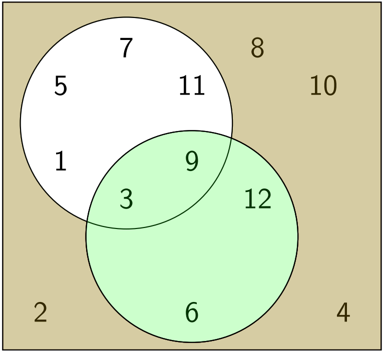
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



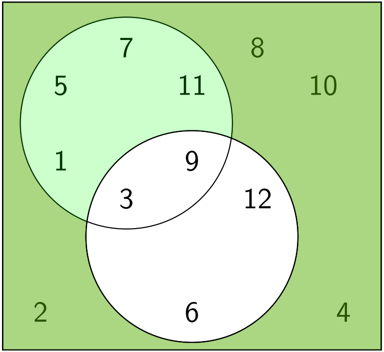
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



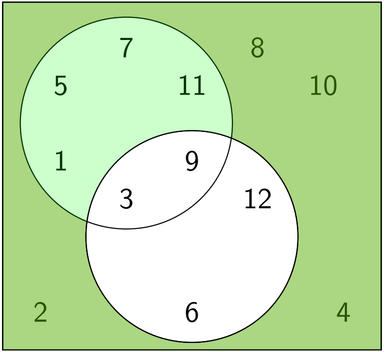
$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

(e) $\overline{(A \cup C)} \cup \overline{C}$



Svar (e): $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$

$\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12\}$

$A = \{x : x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x : x > 7\}$

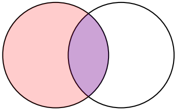
$C = \{x : x \text{ er delelig med } 3\}$

Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.

Oppgave 5.6

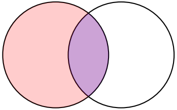
Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.



$A \cup (A \cap B)$

Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.

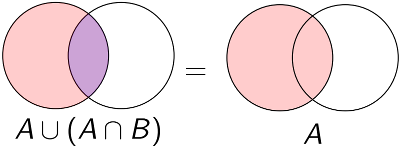


$=$

$A \cup (A \cap B)$

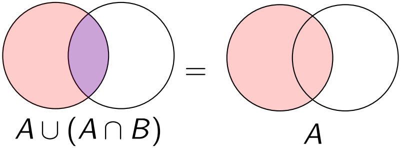
Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.



Oppgave 5.6

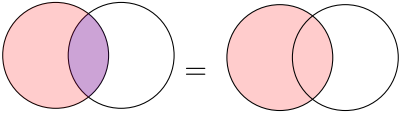
Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.



Diagrammet for $A \cup (A \cap B)$ får vi ved å slå sammen følgende diagrammer:

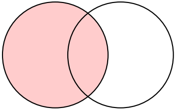
Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.



$A \cup (A \cap B) = A$

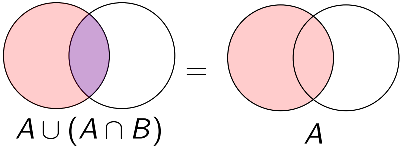
Diagrammet for $A \cup (A \cap B)$ får vi ved å slå sammen følgende diagrammer:



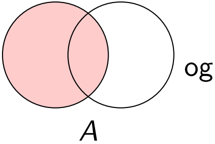
A

Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.

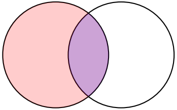


Diagrammet for $A \cup (A \cap B)$ får vi ved å slå sammen følgende diagrammer:



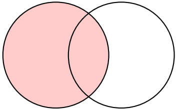
Oppgave 5.6

Illustrer den andre absorpsjonsloven, $A \cup (A \cap B) = A$, ved å bruke Venn-diagrammer.



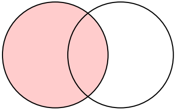
$A \cup (A \cap B)$

$=$



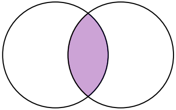
A

Diagrammet for $A \cup (A \cap B)$ får vi ved å slå sammen følgende diagrammer:



A

og



$A \cap B$

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:

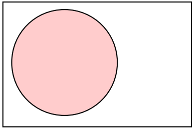
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

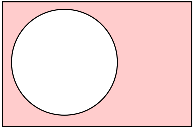
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

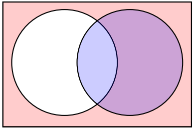
Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

$\overline{A}$

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

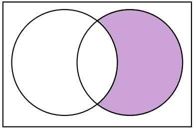
Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:  $\overline{A} \cup B$

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

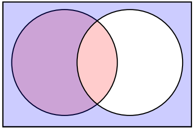
Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:



$\overline{A} \cap B$

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

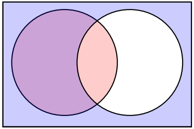
Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

$\overline{\overline{A} \cap B}$

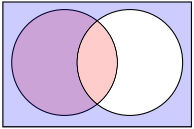
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

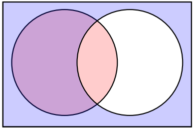
Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$:

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:

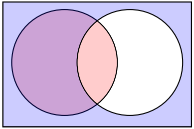


Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$:

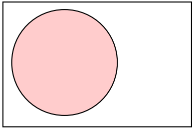
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:



Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$:

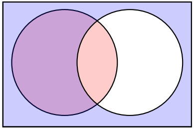


A

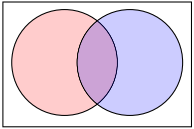
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:



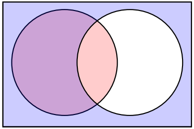
Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$:

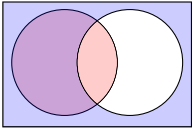


$A \cup B$

Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$: 

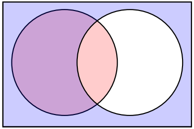
Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$: 

$A \cup \overline{B}$

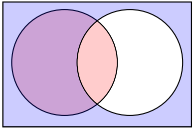
Oppgave 5.7 (med Venn-diagrammer)

Vis at $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$ ved å bruke Venn-diagrammer.

Venn-diagrammet for $\overline{\overline{A} \cap B}$:



Venn-diagrammet for $A \cup \overline{B}$:



Siden Venn-diagrammene er like, må $\overline{\overline{A} \cap B} = A \cup \overline{B}$.

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Løsning

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Løsning

- Når $n = 0$ er mengden tom.

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Løsning

- Når $n = 0$ er mengden tom.
- Hvor mange delmengder har en tom mengde?

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Løsning

- Når $n = 0$ er mengden tom.
- Hvor mange delmengder har en tom mengde?
- Den har nøyaktig én delmengde, nemlig den tomme mengden.

Oppgave 5.8

Er påstanden "enhver mengde med n elementer har 2^n delmengder" sann når $n = 0$?

Løsning

- Når $n = 0$ er mengden tom.
- Hvor mange delmengder har en tom mengde?
- Den har nøyaktig én delmengde, nemlig den tomme mengden.
- Siden $2^0 = 1$, blir svaret ja.

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$.

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B =$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 =$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

(c) $B^3 =$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

(c) $B^3 = \{(p, p, p), (p, p, q)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

(c) $B^3 = \{(p, p, p), (p, p, q), (p, q, p), (p, q, q)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a, p), (a, q), (b, p), (b, q), (c, p), (c, q)\}$

(b) $A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

(c) $B^3 = \{(p, p, p), (p, p, q), (p, q, p), (p, q, q),$
$(q, p, p), (q, p, q)$

Oppgave 5.9

La $A = \{a, b, c\}$ og $B = \{p, q\}$. Skriv ned følgende mengder på listeform.

(a) $A \times B$

(b) A^2

(c) B^3

Løsning

(a) $A \times B = \{(a,p),(a,q),(b,p),(b,q),(c,p),(c,q)\}$

(b) $A^2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c)\}$

(c) $B^3 = \{(p,p,p),(p,p,q),(p,q,p),(p,q,q),$
$(q,p,p),(q,p,q),(q,q,p),(q,q,q)\}$

Oppgave 5.10

Uttrykk hver av følgende mengder som et Kartesisk produkt av mengder.

Oppgave 5.10

Uttrykk hver av følgende mengder som et Kartesisk produkt av mengder.

Løsning

Eventuelt på tavla.

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$
4. **While** $n > 0$ **do**

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$
4. **While** $n > 0$ **do**
   4.1. $n \leftarrow n \wedge (n-1)$ [$\wedge$ betyr her bitvis 'og', her anvendt på den binære representasjonen av n og $n-1$]

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$
4. **While** $n > 0$ **do**
    4.1. $n \leftarrow n \wedge (n-1)$ [$\wedge$ betyr her bitvis 'og', her anvendt på den binære representasjonen av n og $n-1$]
    4.2. $teller \leftarrow teller + 1$ [skrivefeil i boka: det står $-$ i stedet for $+$]

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$
4. **While** $n > 0$ **do**
   4.1. $n \leftarrow n \wedge (n-1)$ [$\wedge$ betyr her bitvis 'og', her anvendt på den binære representasjonen av n og $n-1$]
   4.2. $teller \leftarrow teller + 1$ [skrivefeil i boka: det står $-$ i stedet for $+$]
5. Output $teller$

Oppgave 5.13

Se på følgende algoritme.

1. Input en bitstreng b
2. $n \leftarrow$ det usignerte bitet som har b som sin binære representasjon
3. $teller \leftarrow 0$
4. **While** $n > 0$ **do**
   - 4.1. $n \leftarrow n \wedge (n-1)$ [$\wedge$ betyr her bitvis 'og', her anvendt på den binære representasjonen av n og $n-1$]
   - 4.2. $teller \leftarrow teller + 1$ [skrivefeil i boka: det står $-$ i stedet for $+$]
5. Output $teller$

Vis at returverdien er antall enere i b.

Eksempel

Anta at input er 100101.

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000
1	1001000

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000
1	1001000
	1000111

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000
1	1001000
	1000111
2	1000000

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000
1	1001000
	1000111
2	1000000
	0111111

Eksempel

Anta at input er 100101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1001001
	1001000
1	1001000
	1000111
2	1000000
	0111111
3	0000000

Eksempel

Anta at input er 111101.

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111
3	1100000

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111
3	1100000
	1011111

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111
3	1100000
	1011111
4	1000000

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111
3	1100000
	1011111
4	1000000
	0111111

Eksempel

Anta at input er 111101.

teller	binær representasjon av n og $n-1$
0	1111001
	1111000
1	1111000
	1110111
2	1110000
	1101111
3	1100000
	1011111
4	1000000
	0111111
5	0000000

Løsning

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.
- La $b_1 \dots b_k$ være representasjonen til n.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.
- La $b_1 \ldots b_k$ være representasjonen til n.
- Vi kan anta at $n > 0$. Da må minst et bit være en ener.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.
- La $b_1 \ldots b_k$ være representasjonen til n.
- Vi kan anta at $n > 0$. Da må minst et bit være en ener.
- La b_m være eneren som forekommer lengst til høyre, for $1 \leq m \leq k$.

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.
- La $b_1 \dots b_k$ være representasjonen til n.
- Vi kan anta at $n > 0$. Da må minst et bit være en ener.
- La b_m være eneren som forekommer lengst til høyre, for $1 \leq m \leq k$.
- Vi har følgende situasjon, hvor vi ser at bitvis $\wedge$ fjerner nøyaktig én ener. (Eventuelt flere detaljer i plenum.)

Løsning

- Vi skal vise at returverdien er antall enere i inputverdien.
- Det er tilstrekkelig å vise at hvert steg i **While**-løkken reduserer antall enere med nøyaktig én.
- Vi må vise at bitvis $\wedge$ av representasjonene til n og $n-1$ reduserer antall enere med nøyaktig én.
- La $b_1 \dots b_k$ være representasjonen til n.
- Vi kan anta at $n > 0$. Da må minst et bit være en ener.
- La b_m være eneren som forekommer lengst til høyre, for $1 \leq m \leq k$.
- Vi har følgende situasjon, hvor vi ser at bitvis $\wedge$ fjerner nøyaktig én ener. (Eventuelt flere detaljer i plenum.)

$$\begin{array}{c} b_1 b_2 \dots b_{m-1} 100 \dots 00 \\ b_1 b_2 \dots b_{m-1} 011 \dots 11 \\ \hline b_1 b_2 \dots b_{m-1} 000 \dots 00 \end{array}$$

Oppgave 5.14

Se på følgende sekvens av steg i pseudokode, hvor x og y er bitstrenger av lik lengde.

Oppgave 5.14

Se på følgende sekvens av steg i pseudokode, hvor x og y er bitstrenger av lik lengde.

1. $x \leftarrow x \oplus y$ [$\oplus$ står for bitvis eksklusiv eller]

Oppgave 5.14

Se på følgende sekvens av steg i pseudokode, hvor x og y er bitstrenger av lik lengde.

1. $x \leftarrow x \oplus y$ [$\oplus$ står for bitvis eksklusiv eller]
2. $y \leftarrow x \oplus y$

Oppgave 5.14

Se på følgende sekvens av steg i pseudokode, hvor x og y er bitstrenger av lik lengde.

1. $x \leftarrow x \oplus y$ [$\oplus$ står for bitvis eksklusiv eller]
2. $y \leftarrow x \oplus y$
3. $x \leftarrow x \oplus y$

Oppgave 5.14

Se på følgende sekvens av steg i pseudokode, hvor x og y er bitstrenger av lik lengde.

1. $x \leftarrow x \oplus y$ [$\oplus$ står for bitvis eksklusiv eller]
2. $y \leftarrow x \oplus y$
3. $x \leftarrow x \oplus y$

Vis at effekten av sekvensen av steg er å bytte verdiene til x og y.

Løsning

Løsning

- La $x = x_1 \ldots x_n$ og $y = y_1 \ldots y_n$.

Løsning

- La $x = x_1 \dots x_n$ og $y = y_1 \dots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.

Løsning

- La $x = x_1 \dots x_n$ og $y = y_1 \dots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.

Løsning

- La $x = x_1 \ldots x_n$ og $y = y_1 \ldots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.

Løsning

- La $x = x_1 \dots x_n$ og $y = y_1 \dots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.
- Steg 3, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$.

Løsning

- La $x = x_1 \ldots x_n$ og $y = y_1 \ldots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.
- Steg 3, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ er lik den opprinnelige x_i.

Løsning

- La $x = x_1 \dots x_n$ og $y = y_1 \dots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.
- Steg 3, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ er lik den opprinnelige x_i.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$ er lik den opprinnelige y_i.

Løsning

- La $x = x_1 \dots x_n$ og $y = y_1 \dots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.
- Steg 3, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ er lik den opprinnelige x_i.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$ er lik den opprinnelige y_i.

x_i	y_i	$(x_i \oplus y_i)$	$\oplus$	$((x_i \oplus y_i)$	$\oplus$	$y_i)$
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0

Løsning

- La $x = x_1 \ldots x_n$ og $y = y_1 \ldots y_n$.
- La oss se på hva som skjer bitvis, for x_i og y_i, hvor $1 \leq i \leq n$.
- Steg 1, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $x_i \oplus y_i$.
- Steg 2, $y \leftarrow x \oplus y$, setter y_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$.
- Steg 3, $x \leftarrow x \oplus y$, setter x_i lik $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ er lik den opprinnelige x_i.
- Vi må vise at $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$ er lik den opprinnelige y_i.

x_i	y_i	$(x_i \oplus y_i)$	$\oplus$	$((x_i \oplus y_i)$	$\oplus$	$y_i)$
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0

- Kolonnene 1 og 6 er like, og kolonnene 2 og 4 er like.

Løsning

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0		
1	0			
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0		1
1	0			
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0			
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1		
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1		0
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1			
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1		
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1		1
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0			

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0	0		

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0	0		0

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0	0	0	0

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0	0	0	0

- Da må $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ (den nye verdien til y_i) være lik x_i

Løsning

- Vi kunne også ha løst oppgaven ved å vise at $(p \oplus q) \oplus q$ er logisk ekvivalent med p.

p	q	$(p \oplus q)$	$\oplus$	q
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
0	1	1	0	1
0	0	0	0	0

- Da må $(x_i \oplus y_i) \oplus y_i$ (den nye verdien til y_i) være lik x_i
- Da må $(x_i \oplus y_i) \oplus ((x_i \oplus y_i) \oplus y_i)$ (den nye verdien til x_i) være lik y_i.

Oppgave 5.15

Oppgave 5.15

La $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ og la R være relasjonen på A som er definert slik:

Oppgave 5.15

La $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ og la R være relasjonen på A som er definert slik:

$$R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 5), (5, 2), (5.5)\}$$

Oppgave 5.15

La $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ og la R være relasjonen på A som er definert slik:

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5.5)\}$$

(a) Skriv ned relasjonen R på matriseform.

Oppgave 5.15

La $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ og la R være relasjonen på A som er definert slik:

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5.5)\}$$

(a) Skriv ned relasjonen R på matriseform.

(b) Tegn den grafiske representasjonen av R.

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \phantom{\mathrm{F}} & \phantom{\mathrm{F}} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array} \right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \color{red}{\mathrm{T}} & \color{red}{\mathrm{T}} & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \color{red}{\mathrm{T}} & \color{red}{\mathrm{T}} & \mathrm{F} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \color{red}{\mathrm{T}} & \color{red}{\mathrm{T}} & \mathrm{F} \\ \color{red}{\mathrm{T}} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$R = \{(1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,4), (3,5), (5,2), (5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccc}
\mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\
\mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\
\mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\
\mathrm{F} & \mathrm{F} & & & \\
 & & & &
\end{array}\right]
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \\ & & & & \end{bmatrix}
\end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

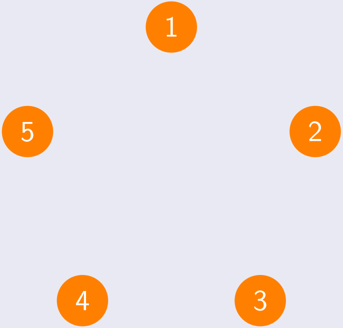
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix}
\end{array}$$

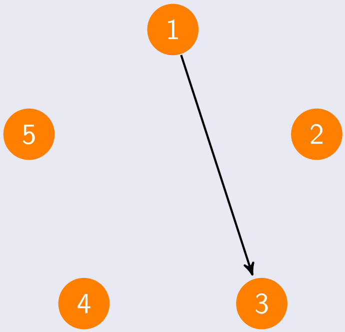


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix} \end{array}$$

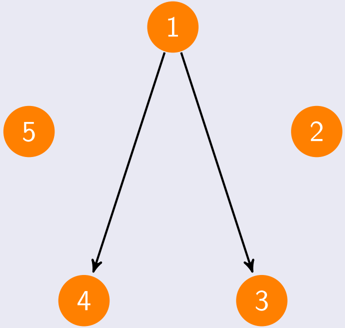


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} &
\begin{bmatrix}
F & F & T & T & F \\
T & T & F & T & F \\
F & F & F & F & T \\
F & F & F & F & F \\
F & T & F & F & T
\end{bmatrix}
\end{array}$$

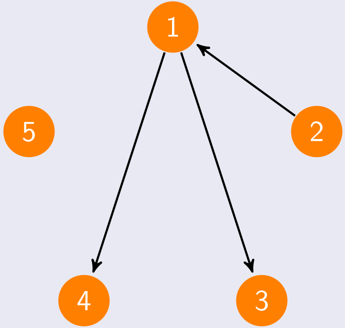


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix}
\end{array}$$

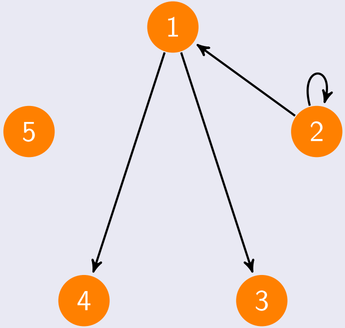


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} F & F & T & T & F \\ T & T & F & T & F \\ F & F & F & F & T \\ F & F & F & F & F \\ F & T & F & F & T \end{bmatrix} \end{array}$$

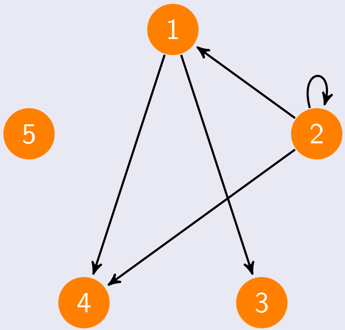


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix}
\end{array}$$

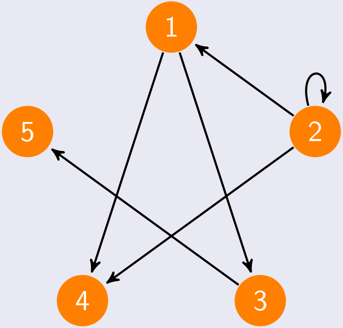


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} F & F & T & T & F \\ T & T & F & T & F \\ F & F & F & F & T \\ F & F & F & F & F \\ F & T & F & F & T \end{bmatrix} \end{array}$$

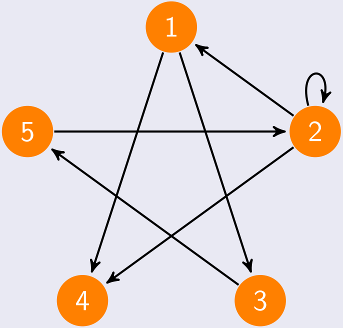


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \\ \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{F} \\ \mathrm{F} & \mathrm{T} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{T} \end{bmatrix}
\end{array}$$

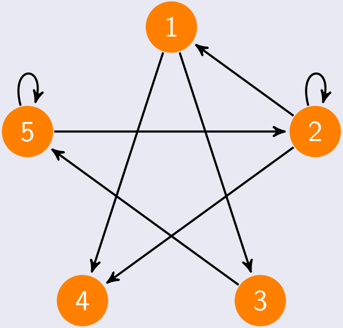


$$R = \{(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,5),(5,2),(5,5)\}$$

Løsning

Vi gir relasjonen på matriseform og tegner den grafiske representasjonen.

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} F & F & T & T & F \\ T & T & F & T & F \\ F & F & F & F & T \\ F & F & F & F & F \\ F & T & F & F & T \end{bmatrix} \end{array}$$



Oppgave fra forelesning 04.02.2008, side 9

Oppgave fra forelesning 04.02.2008, side 9

a) Vis at hvis A, B og C er sammensatte utsagn, så vil

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

og at

$$(A \leftrightarrow B) \equiv (B \leftrightarrow A).$$

Oppgave fra forelesning 04.02.2008, side 9

a) Vis at hvis A, B og C er sammensatte utsagn, så vil

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

og at

$$(A \leftrightarrow B) \equiv (B \leftrightarrow A).$$

b) Forklar hvorfor dette betyr at rekkefølge og parentessetting ikke betyr noe i et utsagnslogisk uttrykk som bare bruker bindeordet $\leftrightarrow$

Oppgave fra forelesning 04.02.2008, side 9

a) Vis at hvis A, B og C er sammensatte utsagn, så vil

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

og at

$$(A \leftrightarrow B) \equiv (B \leftrightarrow A).$$

b) Forklar hvorfor dette betyr at rekkefølge og parentessetting ikke betyr noe i et utsagnslogisk uttrykk som bare bruker bindeordet $\leftrightarrow$

c) [Vanskelig] Hvordan kan vi lett avgjøre om et slikt uttrykk er en tautologi eller ikke?

Løsning (a)

A	B	C	$(A \leftrightarrow B)$	$\leftrightarrow$	C	A	$\leftrightarrow$	$(B \leftrightarrow C)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	T	F	F	T	T	F	F
T	F	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	T	F	T	F
F	F	F	T	F	F	F	F	T

A	B	$(A \leftrightarrow B)$	$(B \leftrightarrow A)$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$.

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$.

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow (D \leftrightarrow E))$

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow (D \leftrightarrow E)) \equiv$
- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow D \leftrightarrow E)$

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow (D \leftrightarrow E)) \equiv$
- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow D \leftrightarrow E) \equiv$
- $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow D \leftrightarrow E$

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow (D \leftrightarrow E)) \equiv$
- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow D \leftrightarrow E) \equiv$
- $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow D \leftrightarrow E$

Den andre sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at rekkefølgen ikke spiller noen rolle.

Løsning (b)

Den første sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at parentessetting er overflødig når vi kun bruker $\leftrightarrow$. Vi kan skrive $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$ i stedet for både $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ og $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$. Eksempel:

- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow (D \leftrightarrow E)) \equiv$
- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow D \leftrightarrow E) \equiv$
- $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow D \leftrightarrow E$

Den andre sannhetsverditabellen fra (a) gir oss at rekkefølgen ikke spiller noen rolle. F.eks. kan vi skrive $A \leftrightarrow B$ i stedet for $B \leftrightarrow A$.

Løsning (c)

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.
- Ved å sette på parenteser igjen får vi $(A \leftrightarrow A) \leftrightarrow ((B \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.
- Ved å sette på parenteser igjen får vi $(A \leftrightarrow A) \leftrightarrow ((B \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$.
- Vi ser at $(A \leftrightarrow A)$ og $(B \leftrightarrow B)$ er tautologier

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.
- Ved å sette på parenteser igjen får vi $(A \leftrightarrow A) \leftrightarrow ((B \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$.
- Vi ser at $(A \leftrightarrow A)$ og $(B \leftrightarrow B)$ er tautologier, så uttrykket er ekvivalent med C, som ikke er en tautologi.

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.
- Ved å sette på parenteser igjen får vi $(A \leftrightarrow A) \leftrightarrow ((B \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$.
- Vi ser at $(A \leftrightarrow A)$ og $(B \leftrightarrow B)$ er tautologier, så uttrykket er ekvivalent med C, som ikke er en tautologi.

Hvis uttrykket hadde bestått av et partall forekomster av hver utsagnsvariabel, så ville to og to like utsagnsvariable kansellert hverandre

Løsning (c)

Siden hverken rekkefølge eller parentessetting spiller noen rolle for sannhetsverdien til et uttrykk som består av $\leftrightarrow$, så står vi fritt til å gruppere utsagnsvariablene som vi ønsker. Det kan da være en idé å sette like utsagnsvariable ved siden av hverandre. Eksempel:

- $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow B)) \leftrightarrow A$
- Ved å ta bort parentesene får vi $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow A$.
- Ved å endre på rekkefølgen får vi $A \leftrightarrow A \leftrightarrow B \leftrightarrow B \leftrightarrow C$.
- Ved å sette på parenteser igjen får vi $(A \leftrightarrow A) \leftrightarrow ((B \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$.
- Vi ser at $(A \leftrightarrow A)$ og $(B \leftrightarrow B)$ er tautologier, så uttrykket er ekvivalent med C, som ikke er en tautologi.

Hvis uttrykket hadde bestått av et partall forekomster av hver utsagnsvariabel, så ville to og to like utsagnsvariable kansellert hverandre, helt til vi hadde hatt kun en tautologi til slutt.

Løsning (c)

Et utsagnslogisk uttrykk som kun inneholder bindeordet $\leftrightarrow$ er en tautologi hvis og bare hvis det inneholder et partall forekomster av hver utsagnsvariabel.