

MAT1030 – Diskret matematikk

Plenumsregning 7: Ukeoppgaver fra kapittel 5 & 6, mm.

Roger Antonsen

Matematisk Institutt, Universitetet i Oslo

28. februar 2008



Oppgave 5.16

La R være relasjonen på $\{a, b, c, d\}$ definert av følgende matrise.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \end{array} \right] \end{array}$$

Oppgave 5.16

La R være relasjonen på $\{a, b, c, d\}$ definert av følgende matrise.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \end{array} \right] \end{array}$$

(a) Tegn den grafiske representasjonen av R .

Oppgave 5.16

La R være relasjonen på $\{a, b, c, d\}$ definert av følgende matrise.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- (a) Tegn den grafiske representasjonen av R .
- (b) Finn ut, og gi grunner for hvorvidt, R er reflektiv, symmetrisk eller transitiv.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T

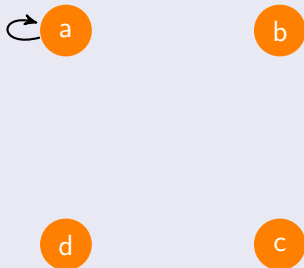
a

b

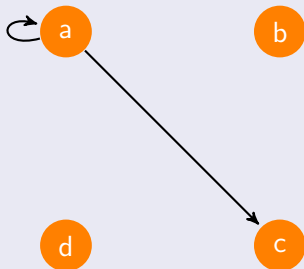
d

c

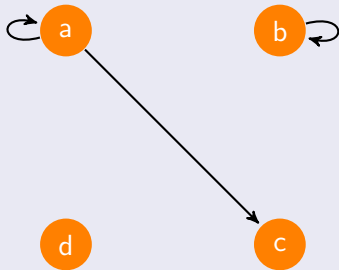
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



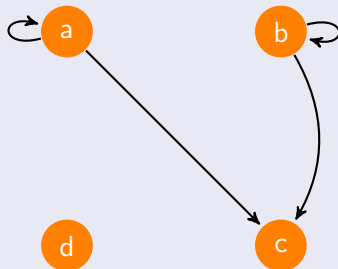
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



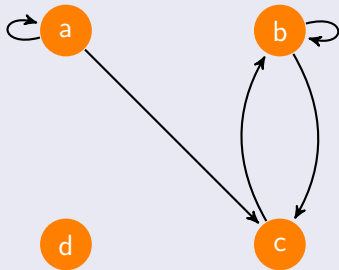
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



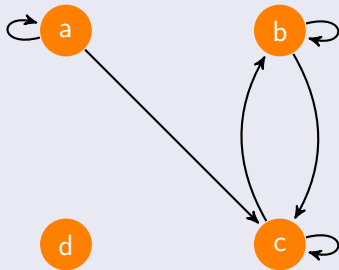
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



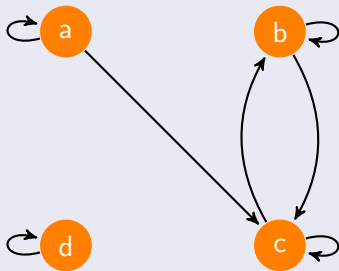
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



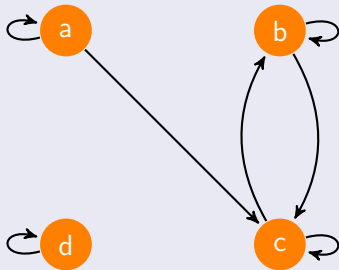
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T

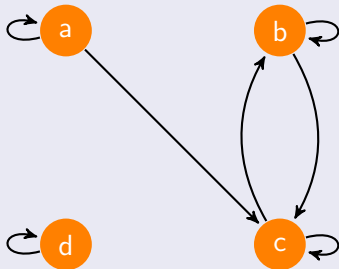


	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



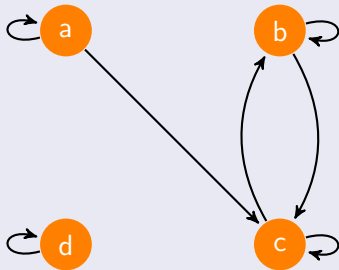
- Er R refleksiv?

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



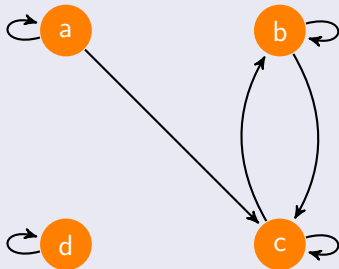
- Er R refleksiv? **Ja**

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



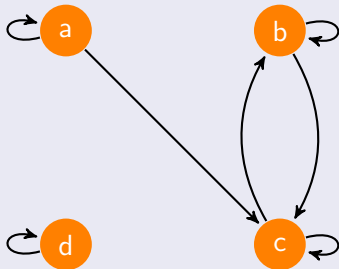
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor?

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



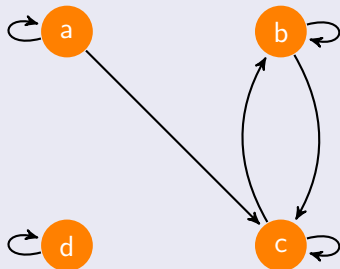
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \setminus er **T**.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



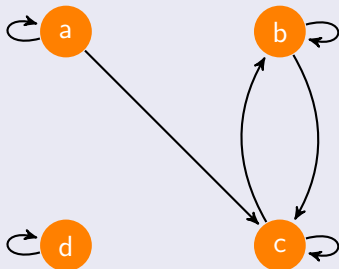
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \backslash er **T**.

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



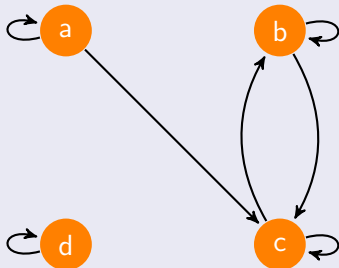
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



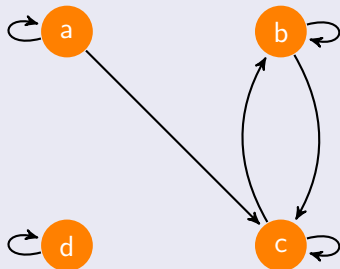
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \backslash er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk?

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



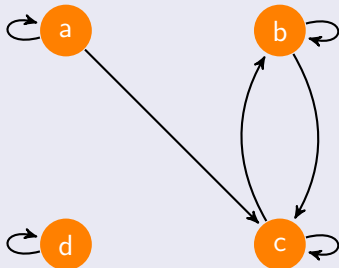
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \backslash er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei**

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



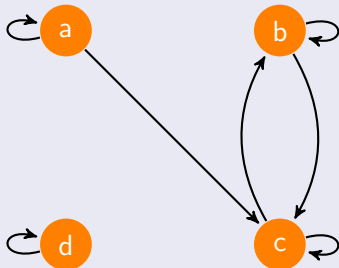
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \backslash er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke?

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



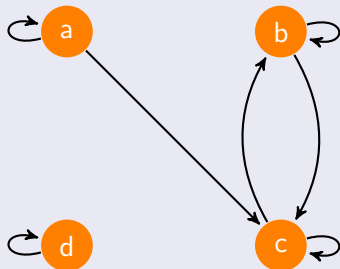
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \diagdown er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \diagdown .

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



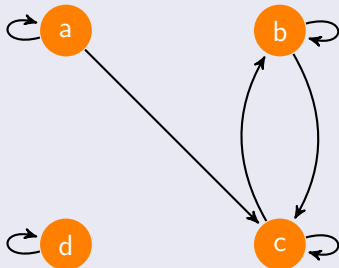
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow .

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



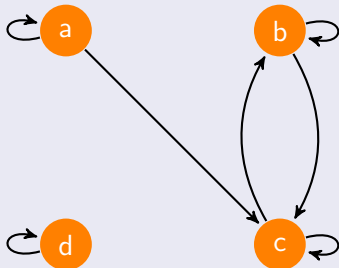
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow .

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



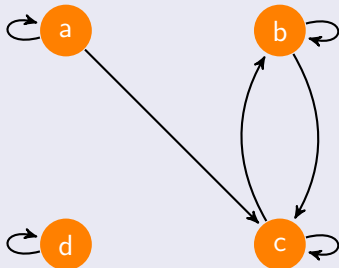
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow . Vi har $(a, c) \in R$, men **ikke** $(c, a) \in R$.

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



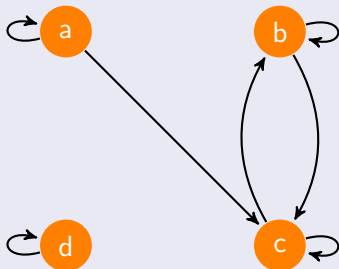
- Er R reflektiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow . Vi har $(a, c) \in R$, men **ikke** $(c, a) \in R$.
- Er R transitiv?

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



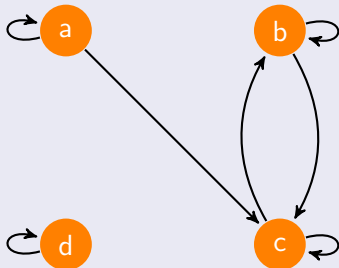
- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \backslash er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \backslash . Vi har $(a, c) \in R$, men **ikke** $(c, a) \in R$.
- Er R transitiv? **Nei**

	a	b	c	d
a	T	F	T	F
b	F	T	T	F
c	F	T	T	F
d	F	F	F	T



- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow . Vi har $(a, c) \in R$, men **ikke** $(c, a) \in R$.
- Er R transitiv? **Nei** Hvorfor ikke?

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	T	F	T	F
<i>b</i>	F	T	T	F
<i>c</i>	F	T	T	F
<i>d</i>	F	F	F	T



- Er R refleksiv? **Ja** Hvorfor? Fordi alle på diagonalen \searrow er **T**. Og fordi alle nodene har en pil til seg selv.
- Er R symmetrisk? **Nei** Hvorfor ikke? Fordi matrisen ikke kan speiles om diagonalen \searrow . Vi har $(a, c) \in R$, men **ikke** $(c, a) \in R$.
- Er R transitiv? **Nei** Hvorfor ikke? Vi har $(a, c) \in R$ og $(c, b) \in R$, men ikke $(a, b) \in R$.

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Løsning

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Løsning

Representasjonen er ikke unik, siden den samme relasjonen kan representeres av to forskjellige matriser.

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Løsning

Representasjonen er ikke unik, siden den samme relasjonen kan representeres av to forskjellige matriser.

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ \left[\begin{array}{cc} \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{array} \right] \end{array}$$

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Løsning

Representasjonen er ikke unik, siden den samme relasjonen kan representeres av to forskjellige matriser.

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ \left[\begin{array}{cc} \text{F} & \text{T} \\ \text{T} & \text{T} \end{array} \right] \end{array} \qquad \begin{array}{c} b \\ a \end{array} \begin{array}{cc} b & a \\ \left[\begin{array}{cc} \text{T} & \text{T} \\ \text{T} & \text{F} \end{array} \right] \end{array}$$

Oppgave 5.17

Er matriserepresentasjonen av en relasjon unik eller kan den samme relasjonen representeres av to forskjellige matriser?

Løsning

Representasjonen er ikke unik, siden den samme relasjonen kan representeres av to forskjellige matriser.

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ \left[\begin{array}{cc} \text{F} & \text{T} \\ \text{T} & \text{T} \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} b \\ a \end{array} \begin{array}{cc} b & a \\ \left[\begin{array}{cc} \text{T} & \text{T} \\ \text{T} & \text{F} \end{array} \right] \end{array}$$

Begge matrisene representerer relasjonen $\{(a, b), (b, a), (b, b)\}$.

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner refleksive, irrefleksive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekssive, irreflekssive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

(a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekssive, irreflekssive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekssive, irreflekssive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekstive, irreflekstive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner refleksive, irrefleksive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekssive, irreflekssive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekstive, irreflekstive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

Oppgave 5.19

Avgjør hvilke av relasjonene i Oppgave 5.18 som er ekvivalensrelasjoner. For de som er ekvivalensrelasjoner, beskriv ekvivalensklassene.

Oppgave 5.18

Avgjør om følgende relasjoner reflekseive, irreflekseive, symmetriske, antisymmetriske eller transitive.

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

Oppgave 5.19

Avgjør hvilke av relasjonene i Oppgave 5.18 som er ekvivalensrelasjoner. For de som er ekvivalensrelasjoner, beskriv ekvivalensklassene.

Oppgave 5.20

Avgjør hvilke av relasjonene i Oppgave 5.18 som er partielle ordninger.

Løsning

Løsning

(a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halv søsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c .

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a .
(Takk til oppmerksomme studenter!)

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke refleksiv

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke refleksiv
 - ▶ Partiell ordning?

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke refleksiv
 - ▶ Partiell ordning? **Nei**

Løsning

- (a) “er søsken (bror eller søster) til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen bror eller søster.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x er søsken til y , så er y søsken til x .
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi ha at x er søsken til y og at y søsken til x , uten at $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Nei**, hvis vi tillater halvsøsken, så kan a være søsken til b , og b søsken til c , uten at a er søsken til c . En annen grunn er at a kan være søsken til b og b søsken til a , men a kan er ikke søsken til a . (Takk til oppmerksomme studenter!)
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke refleksiv
 - ▶ Partiell ordning? **Nei**, den er hverken refleksiv, antisymmetrisk eller transitiv.

Løsning

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

Løsning

- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv?

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**

Løsning

- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.

Løsning

- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
 - ▶ Irrefleksiv?

Løsning

- (b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker
- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
 - ▶ Irrefleksiv? **Ja**

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk?

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk?

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv?

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon?

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv, symmetrisk eller transitiv.

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv, symmetrisk eller transitiv.
- ▶ Partiell ordning?

Løsning

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv, symmetrisk eller transitiv.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**

(b) “er sønnen til”, på mengden av alle mennesker

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins en som ikke er sin egen sønn.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen er sin egen sønn.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, fordi “X er sønnen til Y” ikke medfører at “Y er sønnen til X”.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, fordi “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til X” aldri er sanne samtidig.
- ▶ Transitiv? **Nei**, “X er sønnen til Y” og “Y er sønnen til Z” ikke medfører at “X er sønnen til Z”.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv, symmetrisk eller transitiv.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**, den er hverken refleksiv eller transitiv.

Løsning

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

Løsning

- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv?

Løsning

- (c) “er større enn”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv? **Nei**

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv?

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk?

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk?

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv?

Løsning

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon?

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv eller symmetrisk.

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv eller symmetrisk.
- ▶ Partiell ordning?

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv eller symmetrisk.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**

(c) “er større enn”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Nei**, det fins et reellt tall som ikke er større enn seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Ja**, ingen reelle tall er større enn seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, f.eks. er 3 større enn 2, men 2 er ikke større enn 3.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**, vi kan ikke ha at to tall er større enn hverandre.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis x er større enn y og y er større enn z , så er x større enn z .
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er hverken refleksiv eller symmetrisk.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**, den er ikke refleksiv.

Løsning

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv?

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? Ja

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv?

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk?

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
 - ▶ Antisymmetrisk?

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv?

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
- ▶ Ekvivalensrelasjon?

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser:

Løsning

- (d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$
- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
 - ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
 - ▶ Ekvivalensklasser: Alle mengder $\{x, -x\}$, hvor x er et positivt reelt tall, samt $\{0\}$.

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: Alle mengder $\{x, -x\}$, hvor x er et positivt reelt tall, samt $\{0\}$.
- ▶ Partiell ordning?

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: Alle mengder $\{x, -x\}$, hvor x er et positivt reelt tall, samt $\{0\}$.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**

Løsning

(d) relasjonen R på reelle tall definert ved xRy hvis $x^2 = y^2$

- ▶ Refleksiv? **Ja**, siden $x^2 = x^2$.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, nei, f.eks. har vi at $1R1$.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ holder, så vil også $y^2 = x^2$ holde.
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at $1R(-1)$ og $(-1)R1$, men $1 \neq -1$.
- ▶ Transitiv? **Ja**, hvis $x^2 = y^2$ og $y^2 = z^2$, så $x^2 = z^2$.
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: Alle mengder $\{x, -x\}$, hvor x er et positivt reelt tall, samt $\{0\}$.
- ▶ Partiell ordning? **Nei**, den er ikke antisymmetrisk.

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv?

- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv? **Ja**

- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.

- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv?

- (e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk?

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk?

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv?

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon?

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

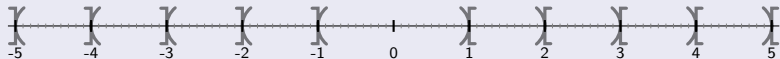
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser:

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :

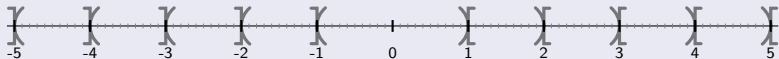
(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :



(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

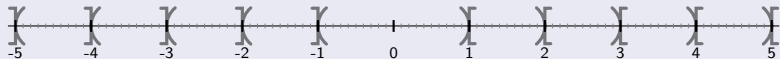
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :



Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :

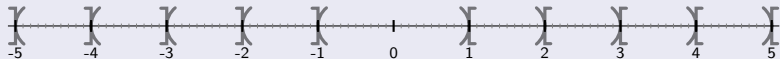


Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

$$\{x : -n - 1 < x \leq -n\} \text{ og } \{x : -1 < x < 1\} \text{ og } \{x : n \leq x < n + 1\}$$

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :

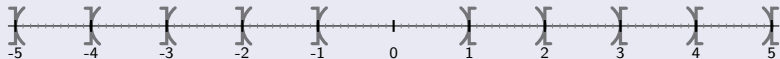


Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

$\{x : -n - 1 < x \leq -n\}$ og $\{x : -1 < x < 1\}$ og $\{x : n \leq x < n + 1\}$
 (Fasiten i boka sier $\{x : -n < x \leq -n + 1\}$, men det blir feil for $n = 1$.)

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :



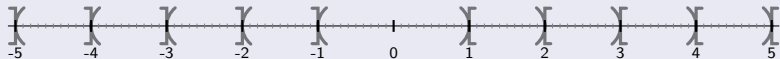
Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

$\{x : -n - 1 < x \leq -n\}$ og $\{x : -1 < x < 1\}$ og $\{x : n \leq x < n + 1\}$
 (Fasiten i boka sier $\{x : -n < x \leq -n + 1\}$, men det blir feil for $n = 1$.)

- ▶ Partiell ordning?

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :



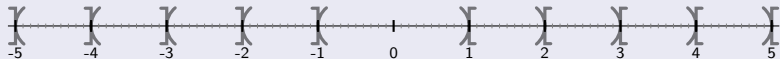
Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

$\{x : -n - 1 < x \leq -n\}$ og $\{x : -1 < x < 1\}$ og $\{x : n \leq x < n + 1\}$
 (Fasiten i boka sier $\{x : -n < x \leq -n + 1\}$, men det blir feil for $n = 1$.)

- ▶ Partiell ordning? **Nei**

(e) “har samme heltallsdel som”, på mengden av reelle tall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall har samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. har 3, 14 samme heltallsdel som seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Ja**, hvis x har samme heltallsdel som y , så må y ha samme heltallsdel som x .
- ▶ Antisymmetrisk? **Nei**, vi har at 1, 28 og 1, 32 har samme heltallsdel, men de er ikke like.
- ▶ Transitiv? **Ja**
- ▶ Ekvivalensrelasjon? **Ja**
- ▶ Ekvivalensklasser: For hvert heltall n har vi en ekvivalensklasse som består av de reelle tall med heltallsdel lik n :



Ekvivalensklassene er følgende mengder, for $n \in \mathbb{N}$:

$\{x : -n - 1 < x \leq -n\}$ og $\{x : -1 < x < 1\}$ og $\{x : n \leq x < n + 1\}$
 (Fasiten i boka sier $\{x : -n < x \leq -n + 1\}$, men det blir feil for $n = 1$.)

- ▶ Partiell ordning? **Nei**, den er ikke antisymmetrisk.

Løsning

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv?

Løsning

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? Ja

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv?

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk?

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk?

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
- ▶ Transitiv?

(f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall

- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
- ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
- ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
- ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
- ▶ Transitiv? **Ja**

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon?

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**

- (f) “er et multippel av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multippel av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multippel av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multippel av 2, og 2 er ikke et multippel av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multippel av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke symmetrisk.

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke symmetrisk.
 - ▶ Partiell ordning?

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke symmetrisk.
 - ▶ Partiell ordning? **Ja**

- (f) “er et multiplum av”, på mengden av positive heltall
- ▶ Refleksiv? **Ja**, ethvert tall er et multiplum av seg selv.
 - ▶ Irrefleksiv? **Nei**, f.eks. er 2 et multiplum av seg selv.
 - ▶ Symmetrisk? **Nei**, 4 er et multiplum av 2, og 2 er ikke et multiplum av 4.
 - ▶ Antisymmetrisk? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bx$, for positive heltall x, y, a, b .
 - ▶ Da må $x = abx$.
 - ▶ Siden alle tallene er positive heltall, må $ab = 1$, og dermed må $a = 1$ og $b = 1$.
 - ▶ Siden $x = ay$, må $x = y$.
 - ▶ Transitiv? **Ja**
 - ▶ Anta at $x = ay$ og at $y = bz$, for positive heltall x, y, z, a, b .
 - ▶ Da må $x = abz$, og x er et multiplum av z .
 - ▶ Ekvivalensrelasjon? **Nei**, den er ikke symmetrisk.
 - ▶ Partiell ordning? **Ja**

Oppgave 5.21

Et dataprogram består av fem moduler: M_1, M_2, \dots, M_5 . En relasjon R på mengden av moduler er definert ved at $M_i R M_j$ hvis M_i er i kallesekvensen til M_j . Relasjonsmatrisen til R er denne:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

Oppgave 5.21

Et dataprogram består av fem moduler: M_1, M_2, \dots, M_5 . En relasjon R på mengden av moduler er definert ved at $M_i R M_j$ hvis M_i er i kallesekvensen til M_j . Relasjonsmatrisen til R er denne:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

(a) Bekreft at R er refleksiv, antisymmetrisk og transitiv.

Oppgave 5.21

Et dataprogram består av fem moduler: M_1, M_2, \dots, M_5 . En relasjon R på mengden av moduler er definert ved at $M_i R M_j$ hvis M_i er i kallekvensen til M_j . Relasjonsmatrisen til R er denne:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- (a) Bekreft at R er refleksiv, antisymmetrisk og transitiv.
- (b) Hvilken modul er hovedprogrammet?

	1	2	3	4	5
1	T	F	T	T	F
2	F	T	T	F	F
3	F	F	T	F	F
4	F	F	T	T	F
5	F	F	T	T	T

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .

	1	2	3	4	5
1	T	F	T	T	F
2	F	T	T	F	F
3	F	F	T	F	F
4	F	F	T	T	F
5	F	F	T	T	T

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er **T**.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

	1	2	3	4	5
1	T	F	T	T	F
2	F	T	T	F	F
3	F	F	T	F	F
4	F	F	T	T	F
5	F	F	T	T	T

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er **T**.
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen **T** speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\ \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\
 \begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 \left[\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 & \left[\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\
 \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

	1	2	3	4	5
1	T	F	T	T	F
2	F	T	T	F	F
3	F	F	T	F	F
4	F	F	T	T	F
5	F	F	T	T	T

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er **T**.
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen **T** speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.
- Hvilken modul er hovedprogrammet?

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 & \left[\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\
 \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.
- Hvilken modul er hovedprogrammet? Oppgaven sa at $M_i R M_j$ holder hvis M_i er i kallesekvensen til M_j .

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc}
 \mathbf{T} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\
 \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \text{F} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \text{F} \\
 \text{F} & \text{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- R er refleksiv: Alle verdier på diagonalen er \mathbf{T} .
- R er antisymmetrisk: Fordi ingen \mathbf{T} speiles om diagonalen.
- R er transitiv: Vi må sjekke alle muligheter i matrisen.
- Hvilken modul er hovedprogrammet? Oppgaven sa at $M_i R M_j$ holder hvis M_i er i kallsekvensen til M_j . M_3 skiller seg ut. Den kaller på alle moduler og blir kun kalt på av seg selv. Dette må være hovedprogrammet.

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
--------------	-------------------	-------------	-------------

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
--------------	-------------------	-------------	-------------

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
--------------	-------------------	-------------	-------------

(a)

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}		

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}		

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$		

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja			

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja	\mathbb{N}		

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{J}	

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{J}	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{J}	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
(h)				

Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

Løsning

	Veldefinert?	Definisjonsområde	Verdiområde	Bildemengde
(a)	Ja	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
(b)	Nei, $g(1)$ er ikke i \mathbb{J} .			
(c)	Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$.			
(d)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
(e)	Ja	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{0\}$
(f)	Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.			
(g)	Ja	\mathbb{N}	\mathbb{J}	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
(h)	Nei, $\psi(a)$ er den tomme strengen og er ikke med i S .			

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

Vi definerer ofte **symmetrisk differens** ved

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

Vi definerer ofte **symmetrisk differens** ved

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

Vi definerer ofte **symmetrisk differens** ved

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

- a) Illustrer $A \triangle B$ ved et Venn-diagram.

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

Vi definerer ofte **symmetrisk differens** ved

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

- a) Illustrer $A \triangle B$ ved et Venn-diagram.
- b) Vis at $(A \triangle B) \triangle C$ kan illustreres ved Venn-diagrammet på neste side.

Oppgave på side 6, fra forelesningen 13/2

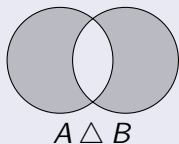
Vi definerer ofte **symmetrisk differens** ved

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

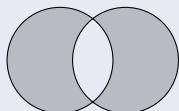
- Illustrer $A \triangle B$ ved et Venn-diagram.
- Vis at $(A \triangle B) \triangle C$ kan illustreres ved Venn-diagrammet på neste side.
- Drøft hvorfor dette viser at vi kunne skrevet $A \triangle B \triangle C$ uten bruk av parenteser.

Løsning (a)

Løsning (a)



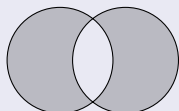
Løsning (a)



$$A \triangle B$$

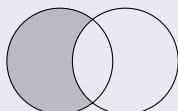
er unionen av

Løsning (a)



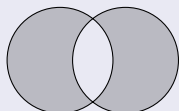
$$A \Delta B$$

er unionen av



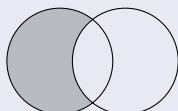
$$A - B$$

Løsning (a)



$$A \triangle B$$

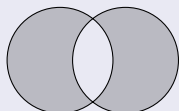
er unionen av



og

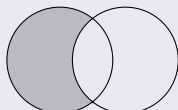
$$A - B$$

Løsning (a)



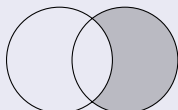
$$A \cup B$$

er unionen av



$$A - B$$

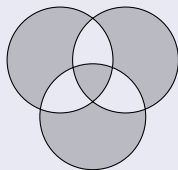
og



$$B - A$$

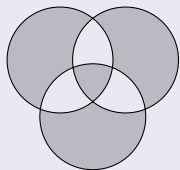
Løsning (b)

Løsning (b)



$$(A \triangle B) \triangle C$$

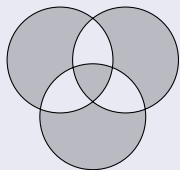
Løsning (b)



er unionen av

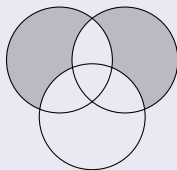
$$(A \triangle B) \triangle C$$

Løsning (b)



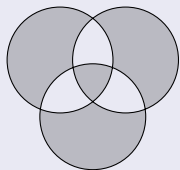
$$(A \Delta B) \Delta C$$

er unionen av



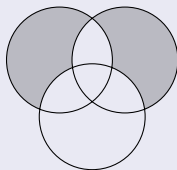
$$(A \Delta B) - C$$

Løsning (b)



$$(A \triangle B) \triangle C$$

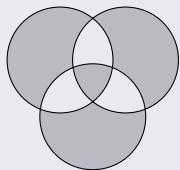
er unionen av



og

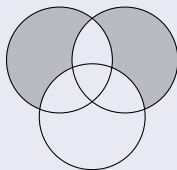
$$(A \triangle B) - C$$

Løsning (b)



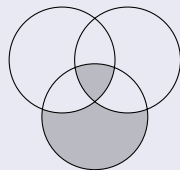
$$(A \triangle B) \triangle C$$

er unionen av



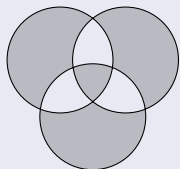
$$(A \triangle B) - C$$

og



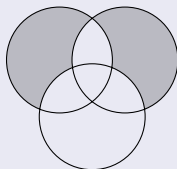
$$C - (A \triangle B)$$

Løsning (b)



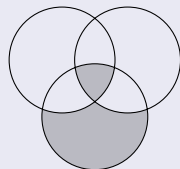
$$(A \triangle B) \triangle C$$

er unionen av



$$(A \triangle B) - C$$

og



$$C - (A \triangle B)$$



Symmetrisk differanse inverterer fargene.

Løsning (c)



Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .



Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .

Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:



Løsning (c)

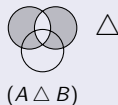
- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





$(A \triangle B)$

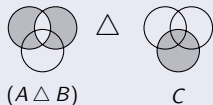
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





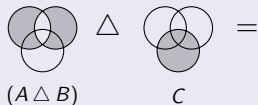
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





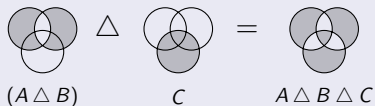
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





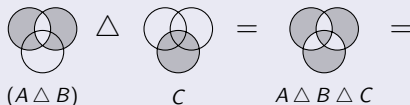
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





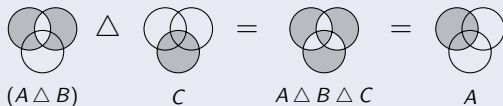
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





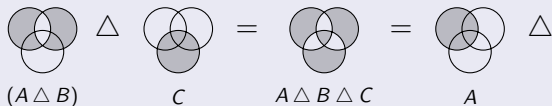
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





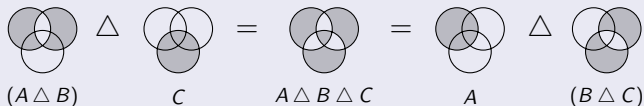
Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:





Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:



Løsning (c)

- Vi har vist at $(A \triangle B) \triangle C$ kan tegnes med diagrammet .
- Det er lett å se at $A \triangle (B \triangle C)$ også har diagrammet .
- Vi kan illustrere det slik:



- Parantessetningen har ingenting å si for hvordan Venn-diagrammet ser ut.

Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

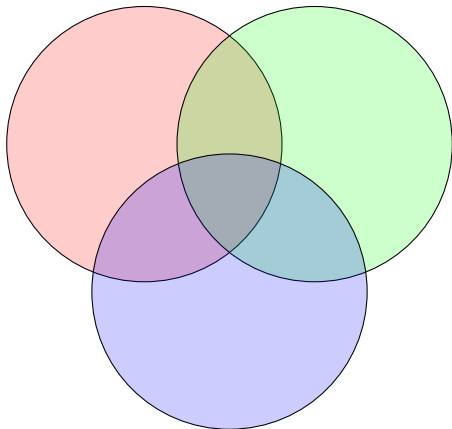
Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

- Vi bruker bare Venn-diagrammer for uttrykk med en, to eller tre mengder.

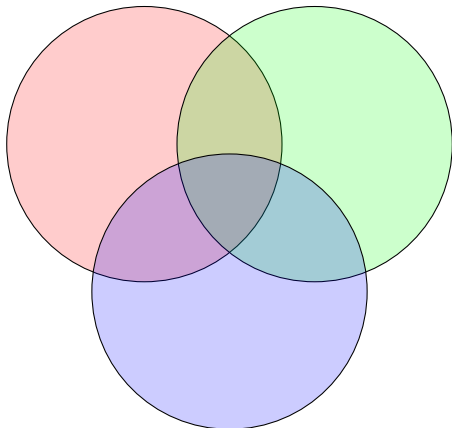
Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

- Vi bruker bare Venn-diagrammer for uttrykk med en, to eller tre mengder.
- Tegn et Venn-diagram for tre mengder A , B og C , og sett inn sannhetsverdiene for de tre basisutsagnene $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ i de forskjellige feltene.

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \bar{A} , \bar{B} og \bar{C} .

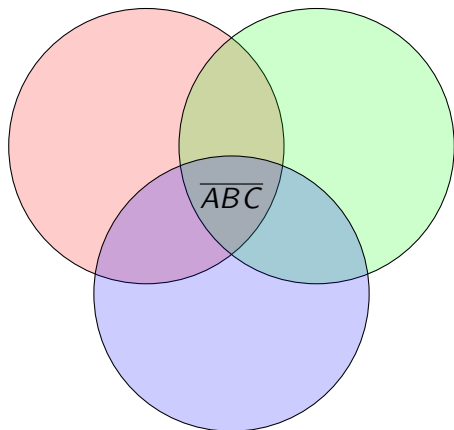


Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \overline{A} , \overline{B} og \overline{C} .



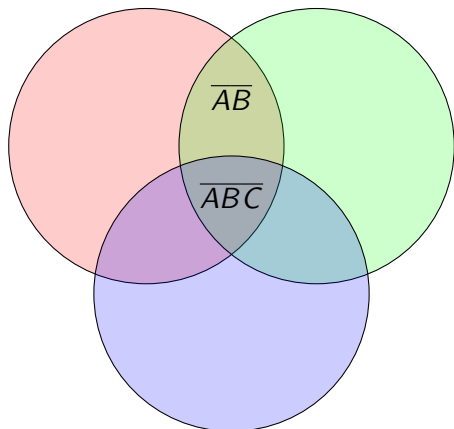
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \overline{A} , \overline{B} og \overline{C} .



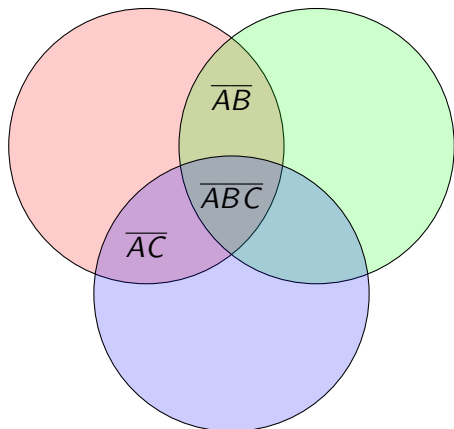
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \overline{A} , \overline{B} og \overline{C} .



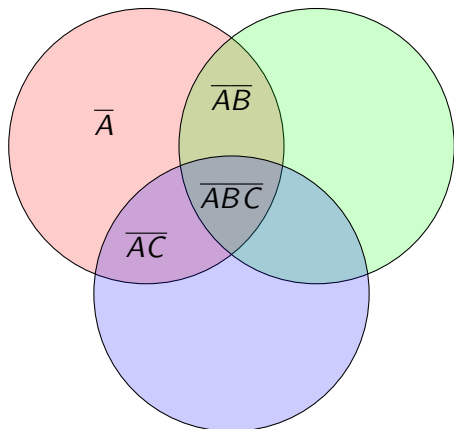
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \overline{A} , \overline{B} og \overline{C} .



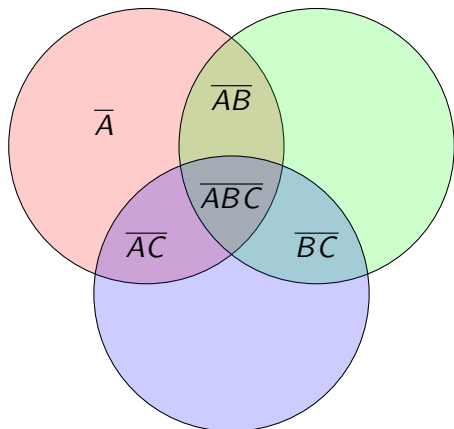
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \bar{A} , \bar{B} og \bar{C} .



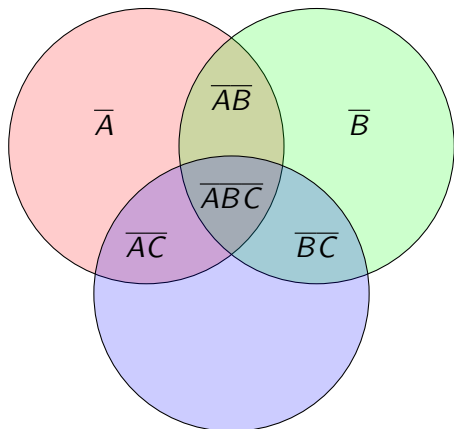
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \bar{A} , \bar{B} og \bar{C} .



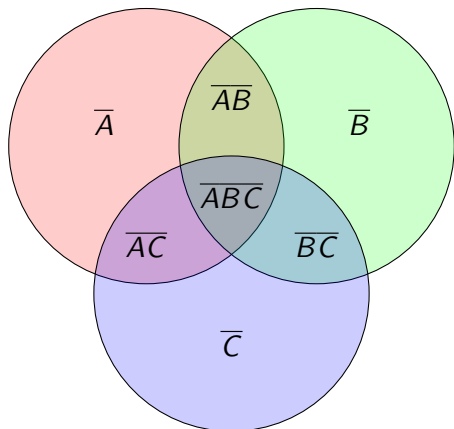
$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \bar{A} , \bar{B} og \bar{C} .



$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Vi skriver sannhetsverdiene for $x \in A$, $x \in B$ og $x \in C$ som henholdsvis \bar{A} , \bar{B} og \bar{C} .



$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

- Undersøk hvor mange deler det er mulig å dele planet inn i ved hjelp av fire sirkler.

Oppgave på side 8, fra forelesningen 13/2

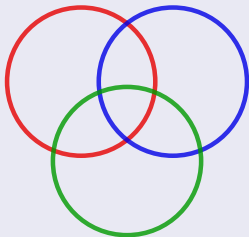
- Undersøk hvor mange deler det er mulig å dele planet inn i ved hjelp av fire sirkler.
- Forklar hvorfor dette viser at Venn-diagrammer ikke er hensiktsmessige for Booleske uttrykk med mer enn tre mengder.

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.

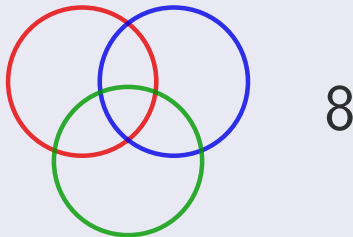
- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler?

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?

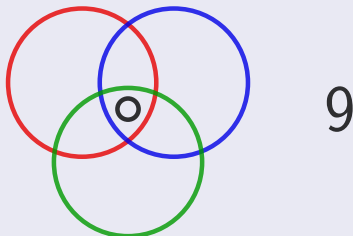
- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



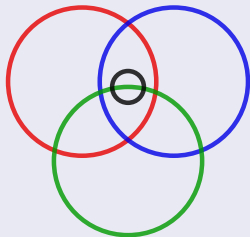
- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?

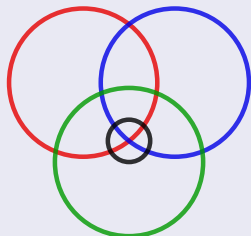


- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



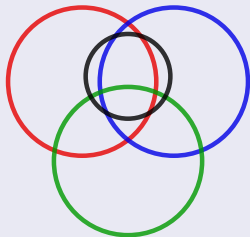
10

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



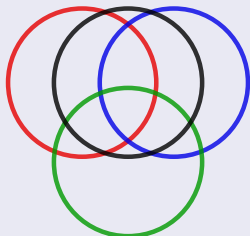
12

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



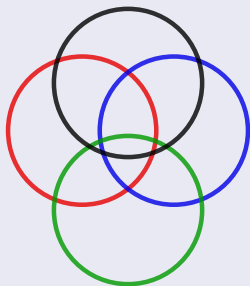
14

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



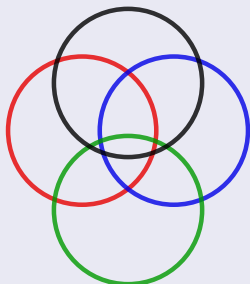
14

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



14

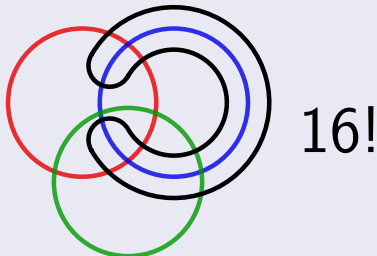
- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



14

- Hvis ellipser eller andre kurver er tillatt, klarer vi å lage Venn-diagrammer for fire (eller flere) mengder.

- Med tre sirker får vi åtte områder, som svarer til de åtte mulige kombinasjonene.
- Hva med fire sirkler? Hvor mange områder kan vi dele planet opp i med fire sirkler?



- Hvis ellipser eller andre kurver er tillatt, klarer vi å lage Venn-diagrammer for fire (eller flere) mengder.

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

La $T = S \cap R$

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

La $T = S \cap R$

- a) Forklar hvorfor vi har at aTb hvis og bare hvis $aRb \wedge aSb$ for alle a og b i A .

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

La $T = S \cap R$

- a) Forklar hvorfor vi har at aTb hvis og bare hvis $aRb \wedge aSb$ for alle a og b i A .
- b) Vis at T er en ekvivalensrelasjon.

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

La $T = S \cap R$

- Forklar hvorfor vi har at aTb hvis og bare hvis $aRb \wedge aSb$ for alle a og b i A .
- Vis at T er en ekvivalensrelasjon.
- Finn et eksempel hvor $R \cup S$ ikke er en ekvivalensrelasjon.

Oppgave på side 16, fra forelesningen 20/2

La A være en mengde og la R og S være ekvivalensrelasjoner på A .

La $T = S \cap R$

- Forklar hvorfor vi har at aTb hvis og bare hvis $aRb \wedge aSb$ for alle a og b i A .
- Vis at T er en ekvivalensrelasjon.
- Finn et eksempel hvor $R \cup S$ ikke er en ekvivalensrelasjon.

Løsning

Denne løser vi i plenum på tavla.

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

La R være en relasjon på en mengde A .

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

La R være en relasjon på en mengde A .

Vi kaller R en **preordning** hvis R er transitiv og reflektiv.

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

La R være en relasjon på en mengde A .

Vi kaller R en **preordning** hvis R er transitiv og reflektiv.

Definer relasjonen S på A ved aSb når $aRb \wedge bRa$.

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

La R være en relasjon på en mengde A .

Vi kaller R en **preordning** hvis R er transitiv og reflektiv.

Definer relasjonen S på A ved aSb når $aRb \wedge bRa$.

- a) Vis at S er en ekvivalensrelasjon på A .

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

La R være en relasjon på en mengde A .

Vi kaller R en **preordning** hvis R er transitiv og reflektiv.

Definer relasjonen S på A ved aSb når $aRb \wedge bRa$.

a) Vis at S er en ekvivalensrelasjon på A .

Der er vanlig å skrive A/S for mengden av ekvivalensklasser $E(a)$ til ekvivalensrelasjonen S .

Løsning (a)

Løsning (a)

- S er reflektiv:

Løsning (a)

- S er reflektiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:
 - Anta aSb og bSc , for vilkårlige elementer a , b og c fra A .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:
 - Anta aSb og bSc , for vilkårlige elementer a , b og c fra A .
 - Per definisjon av S har vi $aRb \wedge bRa$ og $bRc \wedge cRb$.

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:
 - Anta aSb og bSc , for vilkårlige elementer a , b og c fra A .
 - Per definisjon av S har vi $aRb \wedge bRa$ og $bRc \wedge cRb$.
 - Siden aRb og bRc , og R er transitiv, vil aRc .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:
 - Anta aSb og bSc , for vilkårlige elementer a , b og c fra A .
 - Per definisjon av S har vi $aRb \wedge bRa$ og $bRc \wedge cRb$.
 - Siden aRb og bRc , og R er transitiv, vil aRc .
 - Siden cRb og bRa , og R er transitiv, vil cRa .

Løsning (a)

- S er refleksiv:
 - La a være et vilkårlig element fra A .
 - Siden R er refleksiv, må aRa .
 - Da holder $aRa \wedge aRa$.
 - Da holder aSa .
- S er symmetrisk:
 - Anta at aSb , for vilkårlige elementer a og b fra A .
 - Da holder $aRb \wedge bRa$ per definisjon av S .
 - Da må bSa holde.
- S er transitiv:
 - Anta aSb og bSc , for vilkårlige elementer a , b og c fra A .
 - Per definisjon av S har vi $aRb \wedge bRa$ og $bRc \wedge cRb$.
 - Siden aRb og bRc , og R er transitiv, vil aRc .
 - Siden cRb og bRa , og R er transitiv, vil cRa .
 - Da holder $aRc \wedge cRa$, og dermed aSc .

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

Vi definerer en relasjon \hat{R} på A/S ved

$$E(a)\hat{R}E(b)$$

om aRb

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

Vi definerer en relasjon \hat{R} på A/S ved

$$E(a)\hat{R}E(b)$$

om aRb

- b) Vis at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene $E(a)$ og $E(b)$ vi bruker.

Oppgave på side 23/24, fra forelesningen 20/2 (for spesielt interesserte)

Vi definerer en relasjon \hat{R} på A/S ved

$$E(a)\hat{R}E(b)$$

om aRb

- b) Vis at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene $E(a)$ og $E(b)$ vi bruker.
- c) Vis at \hat{R} er en partiell ordning på mengden av ekvivalensklasser.

Løsning (b)

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .
- Siden a og a' er i samme ekvivalensklasse, må aSa' , det vil si aRa' og $a'Ra$.

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .
- Siden a og a' er i samme ekvivalensklasse, må aSa' , det vil si aRa' og $a'Ra$.
- Siden b og b' er i samme ekvivalensklasse, må bSb' , det vil si bRb' og $b'Rb$.

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .
- Siden a og a' er i samme ekvivalensklasse, må aSa' , det vil si aRa' og $a'Ra$.
- Siden b og b' er i samme ekvivalensklasse, må bSb' , det vil si bRb' og $b'Rb$.
- $a'Ra$ og aRb gir at $a'Rb$, siden R er transitiv.

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .
- Siden a og a' er i samme ekvivalensklasse, må aSa' , det vil si aRa' og $a'Ra$.
- Siden b og b' er i samme ekvivalensklasse, må bSb' , det vil si bRb' og $b'Rb$.
- $a'Ra$ og aRb gir at $a'Rb$, siden R er transitiv.
- $a'Rb$ og bRb' gir at $a'Rb'$, siden R er transitiv.

Løsning (b)

- Anta at aRb , og at $a' \in E(a)$ og $b' \in E(b)$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $a'Rb'$, for det betyr at det ikke spiller noen rolle hvilke elementer i ekvivalensklassene vi bruker når vi definerer \hat{R} .
- Siden a og a' er i samme ekvivalensklasse, må aSa' , det vil si aRa' og $a'Ra$.
- Siden b og b' er i samme ekvivalensklasse, må bSb' , det vil si bRb' og $b'Rb$.
- $a'Ra$ og aRb gir at $a'Rb$, siden R er transitiv.
- $a'Rb$ og bRb' gir at $a'Rb'$, siden R er transitiv.
- Tegn figur!

Løsning (c)

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(b)\hat{R}E(c)$.

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(b)\hat{R}E(c)$.
- \hat{R} er antisymmetrisk.

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(a)\hat{R}E(c)$.
- \hat{R} er antisymmetrisk.
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(a)$.

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(b)\hat{R}E(c)$.
- \hat{R} er antisymmetrisk.
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(a)$.
 - Da må aRb og bRa .

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(b)\hat{R}E(c)$.
- \hat{R} er antisymmetrisk.
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(a)$.
 - Da må aRb og bRa .
 - Da må aSb .

Løsning (c)

- \hat{R} er refleksiv, siden $E(a)\hat{R}E(a)$ holder for alle $E(a)$.
- \hat{R} er transitiv:
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(c)$.
 - Da må aRb og bRc .
 - Siden R er transitiv, må aRc .
 - Da må $E(b)\hat{R}E(c)$.
- \hat{R} er antisymmetrisk.
 - Anta at $E(a)\hat{R}E(b)$ og $E(b)\hat{R}E(a)$.
 - Da må aRb og bRa .
 - Da må aSb .
 - Da må $E(a)$ og $E(b)$ være samme ekvivalensklasse.