

# MAT1030 – Diskret Matematikk

## Plenumsregning 10: Ukeoppgaver

Mathias Barra

Matematisk institutt, Universitetet i Oslo

20. mars 2009

(Sist oppdatert: 2009-03-30 09:39)



## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

| Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde | Bildemengde |
|--------------|-------------------|-------------|-------------|
|--------------|-------------------|-------------|-------------|

---

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

| Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde | Bildemengde |
|--------------|-------------------|-------------|-------------|
|--------------|-------------------|-------------|-------------|

---

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

| Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde | Bildemengde |
|--------------|-------------------|-------------|-------------|
|--------------|-------------------|-------------|-------------|

(a)

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|  | Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde | Bildemengde |
|--|--------------|-------------------|-------------|-------------|
|--|--------------|-------------------|-------------|-------------|

---

(a) Ja

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde | Bildemengde |
|-----|--------------|-------------------|-------------|-------------|
| (a) | Ja           | $\mathbb{R}$      |             |             |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde |
|-----|--------------|-------------------|--------------|-------------|
| (a) | Ja           | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ |             |



## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|--------------|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja           | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert? | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|--------------|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja           | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) |              |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert?                         | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|--------------------------------------|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja                                   | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ . |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert?                         | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|--------------------------------------|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja                                   | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ . |                   |              |              |
| (c) |                                      |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) |   |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$      |              |              |



## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

## Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$      | $\mathbb{N}$ |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$      | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$ |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$      | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$ |
| (e) |   |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|-------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$      | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                   |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                   |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$      | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$ |
| (e) | Ja  |                   |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|----------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$ |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ |              |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde  |
|-----|---|----------------------|--------------|--------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |              |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |              |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$ |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ |              |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) |   |                      |              |                      |



## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                      |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                      |
| (g) |   |                      |              |                      |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                      |
| (g) | Ja  |                      |              |                      |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                      |
| (g) | Ja  | $\mathbb{N}$         |              |                      |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde          |
|-----|---|----------------------|--------------|----------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$         |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                      |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                      |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$         |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                      |
| (g) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{J}$ |                      |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde            |
|-----|---|----------------------|--------------|------------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$           |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                        |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                        |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$           |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$   |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                        |
| (g) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{J}$ | $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?                              | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde            |
|-----|---|----------------------|--------------|------------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$           |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .      |                      |              |                        |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ . |                      |              |                        |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$           |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$   |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.    |                      |              |                        |
| (g) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{J}$ | $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ |
| (h) |   |                      |              |                        |

## Oppgave 6.1

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er veldefinerte. For de som er veldefinerte, gi definisjonsområdet, verdiområdet og bildemengden. [Se læreboken på side 107.]

### Løsning

|     | Veldefinert?  | Definisjonsområde    | Verdiområde  | Bildemengde            |
|-----|---|----------------------|--------------|------------------------|
| (a) | Ja  | $\mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$           |
| (b) | Nei, $g(1)$ er ikke i $\mathbb{J}$ .                        |                      |              |                        |
| (c) | Nei, $h(3) = 4$ er ikke i $\{1, 2, 3\}$ .                   |                      |              |                        |
| (d) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{N}$           |
| (e) | Ja  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R} - \{0\}$   |
| (f) | Nei, $ispositive(0)$ er ikke definert.                      |                      |              |                        |
| (g) | Ja  | $\mathbb{N}$         | $\mathbb{J}$ | $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ |
| (h) | Nei, $\psi(a)$ er den tomme strengen og er ikke med i $S$ . |                      |              |                        |



## Oppgave 6.2

## Oppgave 6.2

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er:

## Oppgave 6.2

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er:

(i) på (eller *surjektiv*. Engelsk: *onto* eller *surjective*)

## Oppgave 6.2

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er:

- (i) *på* (eller *surjektiv*. Engelsk: *onto* eller *surjective*)
- (ii) *en-til-en* (*1-1* eller *injektiv* Engelsk: *one-to-one injective*)

## Oppgave 6.2

Avgjør hvorvidt følgende funksjoner er:

- (i) *på* (eller *surjektiv*. Engelsk: *onto* eller *surjective*)
- (ii) *en-til-en* (*1-1* eller *injektiv* Engelsk: *one-to-one injective*) [Se læreboken på side 107.]



## Løsning 6.2

---

(x)  $1-1?$   
På?

---

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x)  $1-1?$   
På?

---

(a)

Ja:  $f \circ f = I$

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

---



## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$   
Ja:  $f \circ f = I$

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$   
Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

(c)

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c)

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d)

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d) Nei:  $h(\text{on}) = h(\text{of})$

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?

På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d) Nei:  $h(\text{on}) = h(\text{of})$

Ja: a,be,...,xenophobe,you,zoo?

(e)

(f)

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?  
På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d) Nei:  $h(\text{on}) = h(\text{of})$

Ja: a,be,...,xenophobe,you,zoo?

(e) Ja!

Ja!  $0 \notin \mathbf{N}$  og 'non-null'

(f)

---



## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?

På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d) Nei:  $h(\text{on}) = h(\text{of})$

Ja: a,be,...,xenophobe,you,zoo?

(e) Ja!

Ja!  $0 \notin \mathbf{N}$  og 'non-null'

(f) Nei: (Med mindre  $A = \{a\}$  eller  $A = \emptyset$ )

---

## Løsning 6.2

---

(x) 1-1?

På?

---

(a) Ja:  $f(w) = f(w') \Rightarrow f(f(w))w = w' = f(f(w'))$

Ja:  $f \circ f = I$

(b) Nei:  $g(4,4) = 8 = g(3,5)$

Ja:  $x = g(x,0)$

(c) Ja:  $n + 1 = n' + 1 \Rightarrow n = n'$

Nei:  $n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0 \notin \mathbf{N}$

(d) Nei:  $h(\text{on}) = h(\text{of})$

Ja: a,be,...,xenophobe,you,zoo?

(e) Ja!

Ja!  $0 \notin \mathbf{N}$  og 'non-null'

(f) Nei: (Med mindre  $A = \{a\}$  eller  $A = \emptyset$ )

Nei:  $\mathbf{N}$  er uendelig

---

## Oppgave 6.3

## Oppgave 6.3

Definer en funksjon  $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$  ved 'f(n) er resten man får når man deler 3n på 5'.

## Løsning

[På Tavle]

## Oppgave 6.3

Definer en funksjon  $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$  ved 'f(n) er resten man får når man deler  $3n$  på 5'. Tegn en fremstilling av  $f$  ved et pildiagram, og avgjør på bakgrunn av diagrammet om  $f$  er på og om  $f$  er 1-1.

## Løsning

[På Tavle]

## Oppgave 6.4

## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

(a) Vis at 2516238674 er en gyldig kode.



## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

- (a) Vis at 2516238674 er en gyldig kode.
- (b) La  $X$  være mengden av alle sekvenser med ni siffer, la  $Y$  være mengden av siffer, og la  $f: X \rightarrow Y$  være definert ved  $sf(s)$  er en gyldig kode. (Hvorfor er denne veldefinert?)

## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

- (a) Vis at 2516238674 er en gyldig kode.
- (b) La  $X$  være mengden av alle sekvenser med ni siffer, la  $Y$  være mengden av siffer, og la  $f: X \rightarrow Y$  være definert ved  $sf(s)$  er en gyldig kode. (Hvorfor er denne veldefinert?) Forklar hvorfor  $f$  er/ikke er 1-1, og hvorfor den er/ikke er på.

## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

- (a) Vis at 2516238674 er en gyldig kode.
- (b) La  $X$  være mengden av alle sekvenser med ni siffer, la  $Y$  være mengden av siffer, og la  $f: X \rightarrow Y$  være definert ved  $sf(s)$  er en gyldig kode. (Hvorfor er denne veldefinert?) Forklar hvorfor  $f$  er/ikke er 1-1, og hvorfor den er/ikke er på.
- (c) Anta at man har tastet inn en kode feil: *vil test-sifferet alltid oppdage dette?*

## Oppgave 6.4

Anta man har en kode/identifikasjonsnummer som består av ni siffer  $x_1 x_2 \cdots x_9$  avsluttet med et tiende test-siffer  $x_{10} = x_1 + x_2 \cdot 2 + \cdots + x_9 \cdot 9$ .

- (a) Vis at 2516238674 er en gyldig kode.
- (b) La  $X$  være mengden av alle sekvenser med ni siffer, la  $Y$  være mengden av siffer, og la  $f: X \rightarrow Y$  være definert ved  $sf(s)$  er en gyldig kode. (Hvorfor er denne veldefinert?) Forklar hvorfor  $f$  er/ikke er 1-1, og hvorfor den er/ikke er på.
- (c) Anta at man har tastet inn en kode feil: *vil test-sifferet alltid oppdage dette?* Forklar ved hjelp av svaret du gav under (b).

## Løsning 6.4

## Løsning 6.4

(a) Gjør det selv!

## Løsning 6.4

- (a) Gjør det selv!
- (b) Funksjonen er helt klart *på*. Ved å variere  $x_1$  fra 0 til 9 endres summen med 1 hver gang treffer hvert siffer i  $Y$  nøyaktig én gang.

## Løsning 6.4

- (a) Gjør det selv!
- (b) Funksjonen er helt klart *på*. Ved å variere  $x_1$  fra 0 til 9 endres summen med 1 hver gang treffer hvert siffer i  $Y$  nøyaktig én gang. Den er *ikke* 1-1 av samme grunn.



## Løsning 6.4

- (a) Gjør det selv!
- (b) Funksjonen er helt klart *på*. Ved å variere  $x_1$  fra 0 til 9 endres summen med 1 hver gang treffer hvert siffer i  $Y$  nøyaktig én gang. Den er *ikke* 1-1 av samme grunn.
- (c) Nei, test-sifferet vil ikke alltid oppdage det

## Løsning 6.4

- (a) Gjør det selv!
- (b) Funksjonen er helt klart *på*. Ved å variere  $x_1$  fra 0 til 9 endres summen med 1 hver gang treffer hvert siffer i  $Y$  nøyaktig én gang. Den er *ikke* 1-1 av samme grunn.
- (c) Nei, test-sifferet vil ikke alltid oppdage det, f.eks. vil man få samme test-siffer for  $(x_1 + 2)(x_2 - 1)s$  og  $x_1x_2s$  (der  $s$  gjør  $x_1x_2s$  til en gyldig sekvens).

# Oppgave 6.6

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

(b)

(c)

(d)

---

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b)

(c)

(d)

---

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

(c)

(d)

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

$|-1| = |1|$ , dermed er abs ikke 1-1.

(c)

(d)



## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

$|-1| = |1|$ , dermed er abs ikke 1-1.

(c) Ja!

(d)

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

$|-1| = |1|$ , dermed er abs ikke 1-1.

(c) Ja!

$$g^{-1}(x) = \begin{cases} n+1 & , n = 2m+1 \\ n-1 & , n = 2m \end{cases}$$

(d)

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

$|-1| = |1|$ , dermed er abs ikke 1-1.

(c) Ja!

$$g^{-1}(x) = \begin{cases} n+1 & , n = 2m+1 \\ n-1 & , n = 2m \end{cases}$$

(d) Ja!

---

## Oppgave 6.6

Finn inversen til hver av funksjonene hvis de eksisterer, eller forklar hvorfor den ikke finnes [Se s. 108].

### Løsning

---

(x) Eksistens av invers?  
Uttrykk

---

(a) Ja!

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

(b) Nei!

$|-1| = |1|$ , dermed er abs ikke 1-1.

(c) Ja!

$$g^{-1}(x) = \begin{cases} n+1 & , n = 2m+1 \\ n-1 & , n = 2m \end{cases}$$

(d) Ja!

$h^{-1}$  flytter første symbol til slutten av strengen.

---

## Oppgave 6.7

## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , 'f(x) er ID nummeret til student x',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , 'g(y) er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer y'.

## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , 'f(x) er ID nummeret til student x',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , 'g(y) er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer y'.

- (a) Beskriv  $g \circ f$  og  $f^{-1}$ .
- (b) Forklar hvorfor  $g^{-1}$  ikke eksisterer.

## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , 'f(x) er ID nummeret til student x',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , 'g(y) er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer y'.

- (a) Beskriv  $g \circ f$  og  $f^{-1}$ .
- (b) Forklar hvorfor  $g^{-1}$  ikke eksisterer.

## Løsning



## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , ' $f(x)$  er ID nummeret til student  $x$ ',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , ' $g(y)$  er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer  $y$ '.

- (a) Beskriv  $g \circ f$  og  $f^{-1}$ .
- (b) Forklar hvorfor  $g^{-1}$  ikke eksisterer.

## Løsning

- (a)  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  som er alderen til studenten med ID-nummer  $f(x)$ , altså  $x$  selv.  $f^{-1}(y)$  er studenten med ID-nummer  $y$ .

## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , ' $f(x)$  er ID nummeret til student  $x$ ',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , ' $g(y)$  er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer  $y$ '.

- (a) Beskriv  $g \circ f$  og  $f^{-1}$ .
- (b) Forklar hvorfor  $g^{-1}$  ikke eksisterer.

## Løsning

- (a)  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  som er alderen til studenten med ID-nummer  $f(x)$ , altså  $x$  selv.  $f^{-1}(y)$  er studenten med ID-nummer  $y$ .
- (b) Kort svar: vi har ikke vilkårlig gamle studenter.

## Oppgave 6.7

Vi har følgende funksjoner, der  $X$  er mengden av studenter i en universitetsdatabase og  $Y$  er mengden av ID-numre til studentene,  $f: X \rightarrow Y$ , ' $f(x)$  er ID nummeret til student  $x$ ',  $g: Y \rightarrow \mathbf{N}$ , ' $g(y)$  er alderen (i hele år) til studenten med ID-nummer  $y$ '.

- (a) Beskriv  $g \circ f$  og  $f^{-1}$ .
- (b) Forklar hvorfor  $g^{-1}$  ikke eksisterer.

## Løsning

- (a)  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  som er alderen til studenten med ID-nummer  $f(x)$ , altså  $x$  selv.  $f^{-1}(y)$  er studenten med ID-nummer  $y$ .
- (b) Kort svar: vi har ikke vilkårlig gamle studenter. Lengre svar: Her vil vi imidlertid høyst sannsynlig heller ikke ha 1-1-egenskapen, så vi kan ikke fikse dette ved å restrikttere ko-domenet heller.

## Oppgave 6.8

Funksjonene  $\text{upr}$  og  $\text{lwr}$ , begge  $O \rightarrow O$  der  $O$  er mengden av ord skrevet med  $\{a,A,b,B,\dots,\text{å},\text{Å}\}$ , returnerer henholdsvis en streng der alle små er byttet ut med store bokstaver, og en streng der store er byttet ut med små bokstaver. Hva er  $\text{upr} \circ \text{lwr}$ ? Beregn f.eks.

$(\text{upr} \circ \text{lwr})(\text{Hans Hansen})$ .

## Oppgave 6.8

Funksjonene  $\text{upr}$  og  $\text{lwr}$ , begge  $O \rightarrow O$  der  $O$  er mengden av ord skrevet med  $\{a,A,b,B,\dots,\text{å},\text{Å}\}$ , returnerer henholdsvis en streng der alle små er byttet ut med store bokstaver, og en streng der store er byttet ut med små bokstaver. Hva er  $\text{upr} \circ \text{lwr}$ ? Beregn f.eks.  $(\text{upr} \circ \text{lwr})(\text{Hans Hansen})$ .

## Løsning

[Muntlig/På tavle]

## Oppgave 6.10

## Oppgave 6.10

Digital rot-funksjonen  $f:\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (Se oppgave 8. Kapittel 1. s. 13).

(a) Er  $f$  1-1 eller på?

## Oppgave 6.10

Digital rot-funksjonen  $f:\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (Se oppgave 8. Kapittel 1. s. 13).

- (a) Er  $f$  1-1 eller på?
- (b) Eksisterer  $f^{-1}$ ?



## Oppgave 6.10

Digital rot-funksjonen  $f:\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (Se oppgave 8. Kapittel 1. s. 13).

- (a) Er  $f$  1-1 eller på?
- (b) Eksisterer  $f^{-1}$ ?
- (c) Eksisterer  $f \circ f$ ?

## Oppgave 6.10

Digital rot-funksjonen  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (Se oppgave 8. Kapittel 1. s. 13).

- (a) Er  $f$  1-1 eller på?
- (b) Eksisterer  $f^{-1}$ ?
- (c) Eksisterer  $f \circ f$ ?

## Løsning

I pseudo-koden for digital-rot, trenger vi kun å legge merke til at while-løkken forsetter helt til  $n$ 'en som skal brukes som output har *ett* siffer. Dermed Blir svaret Nei på (a) og (b).

For å svare på (c) trenger vi *kun* å kikke på signaturen til  $f$ , som er oppgitt å være  $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ . Altså eksisterer  $f \circ f$ .

## Oppgave 6.10

Digital rot-funksjonen  $f:\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (Se oppgave 8. Kapittel 1. s. 13).

- (a) Er  $f$  1-1 eller på?
- (b) Eksisterer  $f^{-1}$ ?
- (c) Eksisterer  $f \circ f$ ?

## Løsning

I pseudo-koden for digital-rot, trenger vi kun å legge merke til at while-løkken forsetter helt til  $n$ 'en som skal brukes som output har *ett* siffer. Dermed Bli svaret Nei på (a) og (b).

For å svare på (c) trenger vi *kun* å kikke på signaturen til  $f$ , som er oppgitt å være  $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ . Altså eksisterer  $f \circ f$ . Hvis vi undersøker koden for  $f$  litt nøyere, ser vi at  $f \circ f = f$ , siden while-løkken ikke vil starte siden  $n$  alt har ett siffer.

## Oppgave 6.11

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

## Løsning

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert

## Løsning

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert, og at de to uttrykkene definerer samme funksjon.

## Løsning

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert, og at de to uttrykkene definerer samme funksjon.

## Løsning

For at uttrykket skal være veldefinert, ser vi at det må eksistere mengder  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  slik at  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$ ,  $h:C \rightarrow D$  .



## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert, og at de to uttrykkene definerer samme funksjon.

## Løsning

For at uttrykket skal være veldefinert, ser vi at det må eksistere mengder  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  slik at  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$ ,  $h:C \rightarrow D$ . Da, og bare da, vil begge sidene i uttrykket definere funksjoner  $F_v, F_h:A \rightarrow D$ .

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert, og at de to uttrykkene definerer samme funksjon.

## Løsning

For at uttrykket skal være veldefinert, ser vi at det må eksistere mengder  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  slik at  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$ ,  $h:C \rightarrow D$ . Da, og bare da, vil begge sidene i uttrykket definere funksjoner  $F_v, F_h:A \rightarrow D$ . For å sjekke om  $F_v = F_h$  kan vi f.eks. sjekke om  $F_v(x) = F_h(x)$  for vilkårlig  $x \in A$ .

## Oppgave 6.11

Vis at

$$F_v \stackrel{\text{def}}{=} h \circ (g \circ f) \stackrel{?}{=} (h \circ g) \circ f \stackrel{\text{def}}{=} F_h .$$

Altså, vis at  $h \circ (g \circ f)$  er veldefinert hvis og bare hvis  $(f \circ g) \circ h$  er veldefinert, og at de to uttrykkene definerer samme funksjon.

## Løsning

For at uttrykket skal være veldefinert, ser vi at det må eksistere mengder  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  slik at  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$ ,  $h:C \rightarrow D$ . Da, og bare da, vil begge sidene i uttrykket definere funksjoner  $F_v, F_h:A \rightarrow D$ . For å sjekke om  $F_v = F_h$  kan vi f.eks. sjekke om  $F_v(x) = F_h(x)$  for vilkårlig  $x \in A$ . Vi får:

$$F_v(x) = h((g \circ f)(x)) = h(g(f(x))) = (h \circ g)(f(x)) = h(g(f(x))) = F_h(x)$$

som viser at funksjonene er den samme.