

Automatisering og etterspørsel etter arbeidskraft

June 5, 2006

1 Punkt 1

En bedrift bruker to variable innsatsfaktorer, arbeidskraft og materialer. (Pluss kapital som vi antar er gitt). Bedriftens produktfunksjon er gitt som

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

Anta videre at alle priser er lik 1: .

- Hva er bedriftens etterspørsel etter innsatsfaktorer og hva er den profittmaksimerende skala y ?

Bedriften maksimerer

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2} [py - w_1 x_1 - w_2 x_2] \\ &= \max_{x_1, x_2} \left[x_1^{1/3} x_2^{1/3} - x_1 - x_2 \right] \end{aligned}$$

Merk her at

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{1}{3} x_1^{-2/3} x_2^{1/3} = \frac{y}{3x_1}$$

som gir 1. ordens betingelse for x_1

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{y}{x_1} &= 1 \\ x_1 &= \frac{y}{3} \end{aligned}$$

og tilsvarende for x_2

$$x_2 = \frac{y}{3}$$

Vi finner da skalaen ved å bruke produktfunksjonen

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{y}{3}\right)^{1/3} \left(\frac{y}{3}\right)^{1/3} = \left(\frac{y}{3}\right)^{2/3} \\ y^{1/3} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{2/3} \\ y &= 1/9 \end{aligned}$$

Det gir videre at

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{27}.$$

(Det forenkler løsningen av problemet å utnytte at problemet er symmetrisk, slik at etterspørselen etter begge faktorer må være den samme.)

Ved å utnytte symmetrien kunne vi straks satt

$$x_1 = x_2 = x$$

og

$$y = 2x^{1/3}$$

med profitt

$$\max_x [x^{2/3} - 2x]$$

og 1.ordens betingelse

$$\frac{2}{3}x^{-1/3} = 2$$

som gir

$$\begin{aligned} x^{1/3} &= \frac{1}{3} \\ x &= \frac{1}{27} \end{aligned}$$

2 Punkt 2

Anta så at bedriften automatiserer, slik at hver arbeider produserer like mye som 8 arbeidere gjorde før automatiseringen.

- Hva skjer med bedriftens etterspørsel etter arbeidskraft?

Produktfunksjonen blir nå

$$\begin{aligned} y &= f(8x_1, x_2) = (8x_1)^{1/3} x_2^{1/3} \\ &= 2x_1^{1/3} x_2^{1/3} \end{aligned}$$

Denne produktfunksjonen er like symmetrisk som før, så vi kan bruke den siste framgangsmåten fortsatt

$$\max_x [2x^{2/3} - 2x]$$

og 1.ordens betingelse

$$\frac{4}{3}x^{-1/3} = 2$$

som gir

$$\begin{aligned} x^{1/3} &= \frac{2}{3} \\ x &= \frac{8}{27} \end{aligned}$$

Etterspørselen etter både arbeidskraft og materialer blir altså 8-doblet, og det blir også den totale produksjonen.

3 Kommentar

Automatiseringen fører her altså ikke til mindre etterspørsel etter arbeidskraft, heller tvert imot i dette tilfellet. Om tilsvarende automatisering skjer i alle bedrifter i en sektor ville det totale tilbudet øke kraftig og dermed ville prisene falle noe, slik at den endelige etterspørselen etter arbeidskraft ikke vil stige like mye som her.

Et annet forhold er at bedriftseieren må sette opp lønne for å tiltrekke seg så mange arbeidere, så lønna vil også gå opp. (Bedriften vil være mer villig til å betale når hver arbeider produserer mye mer enn før.) Det vil også dempe etterspørselen etter arbeidskraft, særlig om det skjer i mange bedrifter på samme tid.