

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK 1500 — Faststoffmekanikk.

Eksamensdag: Fredag 16. desember 2005.

Tid for eksamen: 14.30 – 17.30.

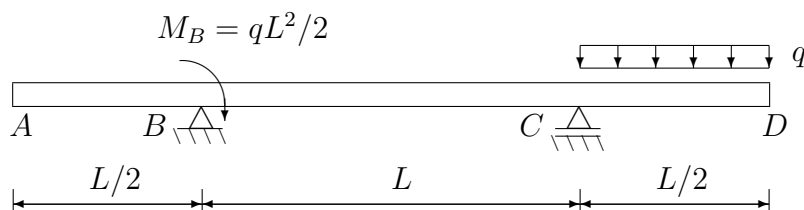
Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsamling, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

### Oppgave 1 (30%)



Figuren viser en fritt opplagt bjelke ABCD med lengde  $2L$  som er understøttet i punktene B og C. Avstanden mellom opplagerene er  $L$  og hver av bjelkedelene AB og CD har lengden  $L/2$ . Bjelken er belastet med momentet  $M_B = qL^2/2$  i B og en jevnt fordelt last  $q$  langs bjelkedelen CD. Bjelkens bøyestivhet er  $EI$ .

- Beregn og tegn opp snittkraftdiagrammene ( $M, Q$ ) for bjelken med belastningen som vist på figuren. Fortegn og retninger på  $M$  og  $Q$  skal angis samt verdier på diagrammene.
- Angi hvor mange infleksjonspunkter bjelken har og bestem beliggenhet langs bjelken.

(Fortsettes side 2.)

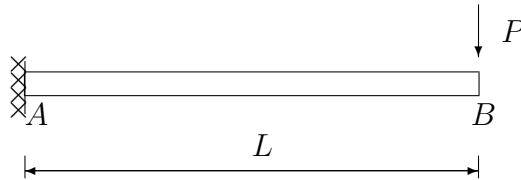
**Oppgave 2 (40%)**

- a) Den elastiske tøyingsenergien som lagres for en bjelke utsatt for ren bøyning om én akse kan uttrykkes ved

$$U = \int_L \frac{M^2}{2EI} dx$$

hvor  $M$  er bøyemomentet,  $EI$  er bøyestivheten og  $x$  er lengdeaksen. Vis hvordan uttrykket framkommer.

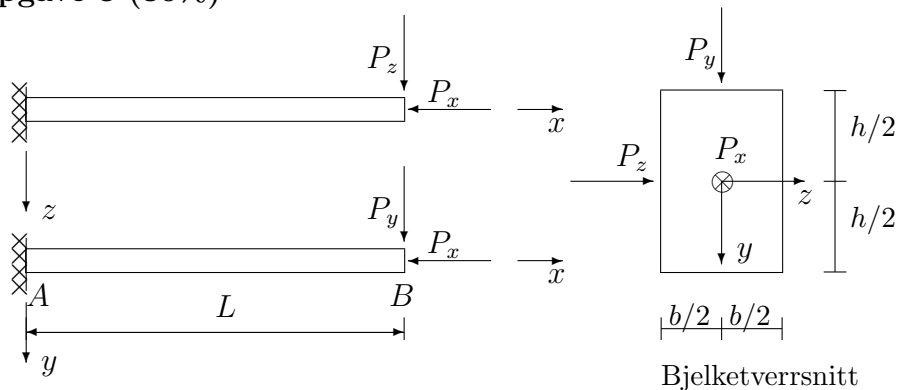
- b) Figuren viser en utkraget bjelke AB med konsentrert last  $P$  på enden av bjelken. Bjelken er fast innspent i A og har lengde  $L$  og bøyestivhet  $EI$ . Bestem nedbøyning  $v_B$  av den frie enden B. Bruk differentialligningen ( $d^2v/dx^2 = -M/EI$ ) eller Castiglianos sats ( $v_B = \partial U/\partial P$ ).



- c) Koordinatspanningene for et element i plan spenningstilstand er gitt ved

$$\sigma_x = 65 \text{ MPa}, \quad \sigma_y = -15 \text{ MPa}, \quad \tau_{xy} = -30 \text{ MPa}$$

Tegn Mohrs spennings sirkel og bestem hovedspennigene, hovedspenningsretningene og maksimal skjærspenning for elementet. Tegn elementet orientert i hovedretningene med hovedspennigene påsatt.

**Oppgave 3 (30%)**

Figuren viser en utkraget bjelke AB med lengde  $L$  og et rektangulært tverrsnitt med bredde  $b$  og høyde  $h$  som vist på figuren. Bjelken er fast innspent i A. På den frie enden C virker lastene  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  i henholdsvis  $x$ -,  $y$ -, og  $z$ -retning som vist på figuren.

(Fortsettes side 3.)

- a) Normalspenningen  $\sigma_x$  for den viste bjelken kan skrives som

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{I_z}y + \frac{M_y}{I_y}z$$

A er tverrsnittsarealet og  $I_z, I_y$  er arealtreghetsmomentene om henholdsvis  $z$ - og  $y$ -aksen.  $N$  er bjelkens aksiallast og  $M_z, M_y$  er bøyemomentene om henholdsvis  $z$ - og  $y$ -aksen.

Beregn normalspenningen  $\sigma_x$  i tverrsnittets hjørnepunkter og areal-senter ved innspenningen A med belastningen som vist på figuren. Tegn fordelingen av  $\sigma_x$  over tverrsnittet. Bruk verdiene

$$\begin{aligned} L &= 2.0 \text{ m}, & h &= 0.4 \text{ m}, & b &= 0.3 \text{ m} \\ P_x &= 1.8 \text{ MN}, & P_y &= 0.24 \text{ MN}, & P_z &= 0.09 \text{ MN} \end{aligned}$$

- b) Tegn nøytralaksen og angi strekk- og trykk områdene for bjelketverrsnittet. Bestem helningen av nøytralaksen i forhold til  $z$ -aksen.

SLUTT