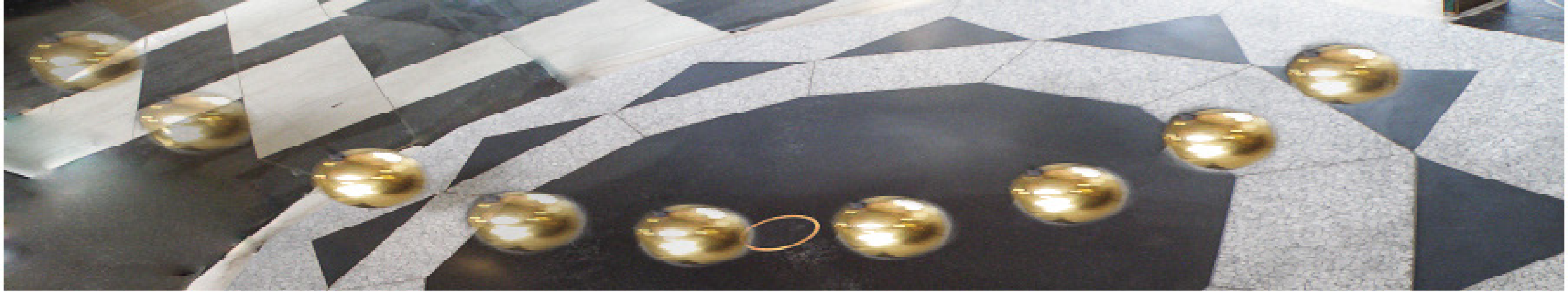


UiO : Matematisk institutt
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

MEK2500

Faststoffmekanikk 8. forelesning

Analysemetoder

Det er to hovedgrupper analysemetoder i mekanikk:

1. Vektorielle metoder. Utgangspunkt i Newtons lover.
2. Energimetoder (skalare metoder). Benytter skalare størrelser:
   – Arbeid
   – Potensiell energi
   – Kinetisk energi

Energimetoder

Stor betydning i mekanikk, ikke minst fordi de legger grunnlaget for tilnærmede løsningsmetoder.

Energienhet: Joule

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{Nm}$$

Energitetthet:

$$1\,\frac{J}{m^3} = 1\,\frac{N}{m^2}$$

$$1\,\frac{N}{mm^2} = 1\ MPa$$

Termodynamikkens 1. lov (konservering av energi)

Arbeidet som et sett med ytre krefter utfører på et legeme pluss tilført varme, er lik summen av økningen i kinetisk energi pluss økningen i indre energi.

$$\underbrace{W_y}_{\text{Ytre arbeid}} + \underbrace{Q}_{\text{Tilført varme}} = \underbrace{\Delta T}_{\text{Økning i kinetisk energi}} + \underbrace{\Delta \mathrm{U}}_{\text{Økning i indre energi}}$$

Termodynamikkens 1. lov (konservering av energi)

Vi forutsetter:

- $Q = 0$ Det vil si adiabatisk tilstand
- $\Delta T = 0$ Det vil si kvasi-statisk tilstand (treghetskreftene neglisjeres)

$$\boxed{W_y = \Delta U}$$

Termodynamikkens 1. lov (konservering av energi)

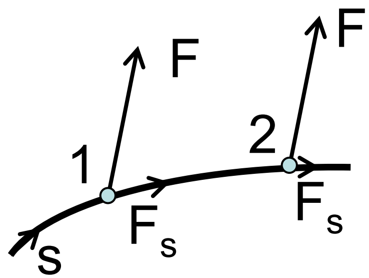
Total indre energi:

$$U = U_0 + \Delta U$$

Fra før Endring

$$\boxed{W_y = \Delta U}$$

Ytre arbeid

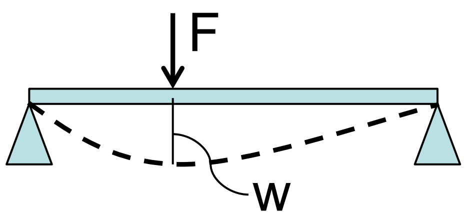


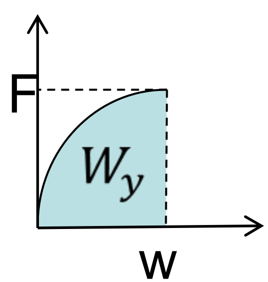
Ytre arbeid= kraft i forskyvningens retning × forskyvningen

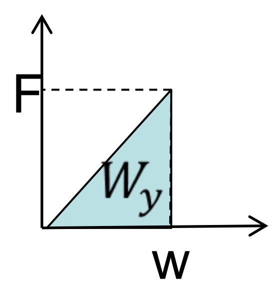
Partikkel flyttes fra pkt. 1 til 2

$$W_y = \int_1^2 F_s ds$$

Eksempel:







Lineært tilfelle:

$$W_y = \frac{1}{2} F w$$

Indre energi

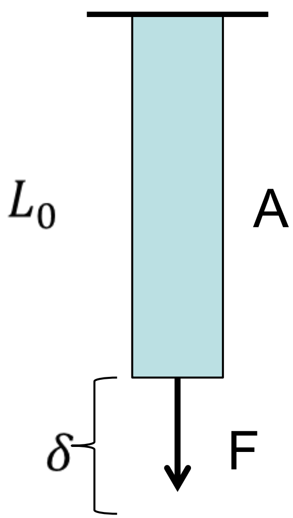
Energi pr. volumenhet (energitetthet):

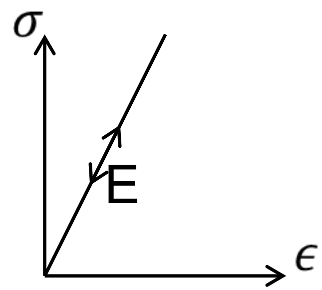
$$U' = \overline{U} = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \sigma(\epsilon)\,d\epsilon$$

Total indre energi:

$$U = \int_V \overline{U}\,dV$$

Eksempel - stav





Lineært
elastisk

$$W_y = \frac{1}{2} F\delta$$

$$\bar{U} = \frac{1}{2} E\epsilon^2 = \frac{1}{2} E\left(\frac{\delta}{L_0}\right)^2$$

$$U = \bar{U}V = \frac{1}{2} E\left(\frac{\delta}{L_0}\right)^2 \mathrm{L_0 A}$$

$$W_y = U$$

$$\frac{1}{2} F\delta = \frac{1}{2} E\left(\frac{\delta}{L_0}\right)^2 \mathrm{L_0 A}$$

$$F = \frac{EA}{L_0}\delta = k\delta$$

Samme som før.

Elastisk tøyningsenergi

A. Pålastning ① → ②

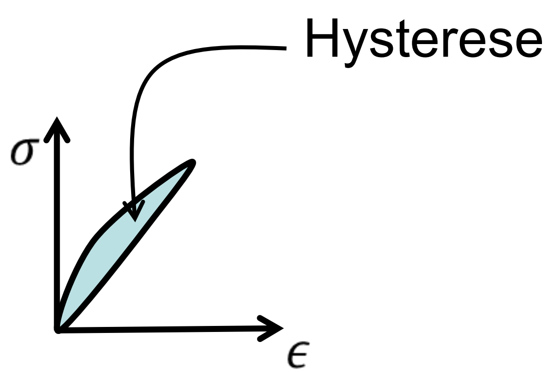
Det arbeidet W_y som utføres når lasten påføres, og som fører til at legemet deformeres, lagres i legemet som indre energi.

B. Avlastning ② → ①

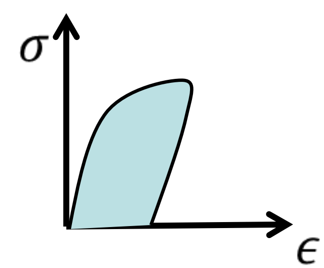
Dersom lasten fjernes vil den lagrede energien utløses og føre til at legemet vender tilbake til sin opprinnelige form dersom materialet er elastisk.

For et elastisk legeme kalles indre energi for <u>elastisk tøyningsenergi.</u>

Elastisk tøyningsenergi



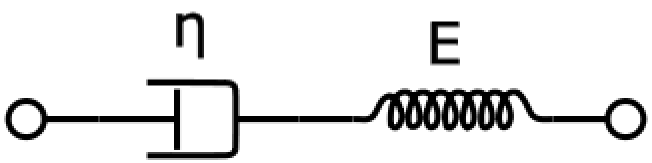
Viskoelastisk



Plastisk

Både viskoelastisitet og plastisitet fører til at noe av energien går over til varme. Viskoelastisitet foregår hele tiden, mens plastisitet foregår etter at terskel er overskredet (flytegrensen).

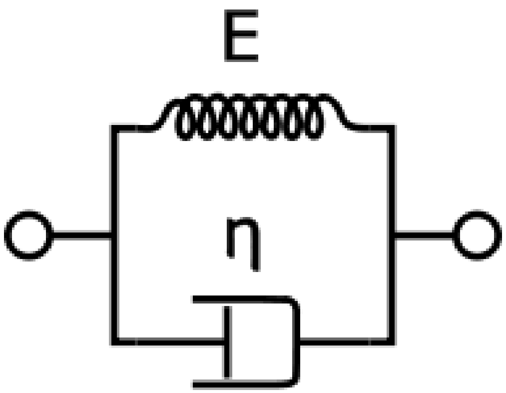
Maxwellmateriale



$$\frac{d\epsilon_{tot}}{dt} = \frac{d\epsilon_D}{dt} + \frac{d\epsilon_F}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt}$$

$$\frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{E} = \dot{\epsilon}$$

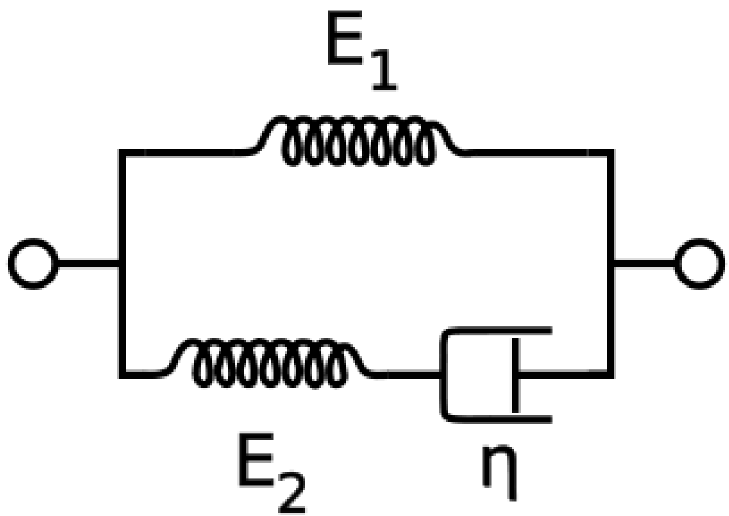
Kelvin-Voigt materiale



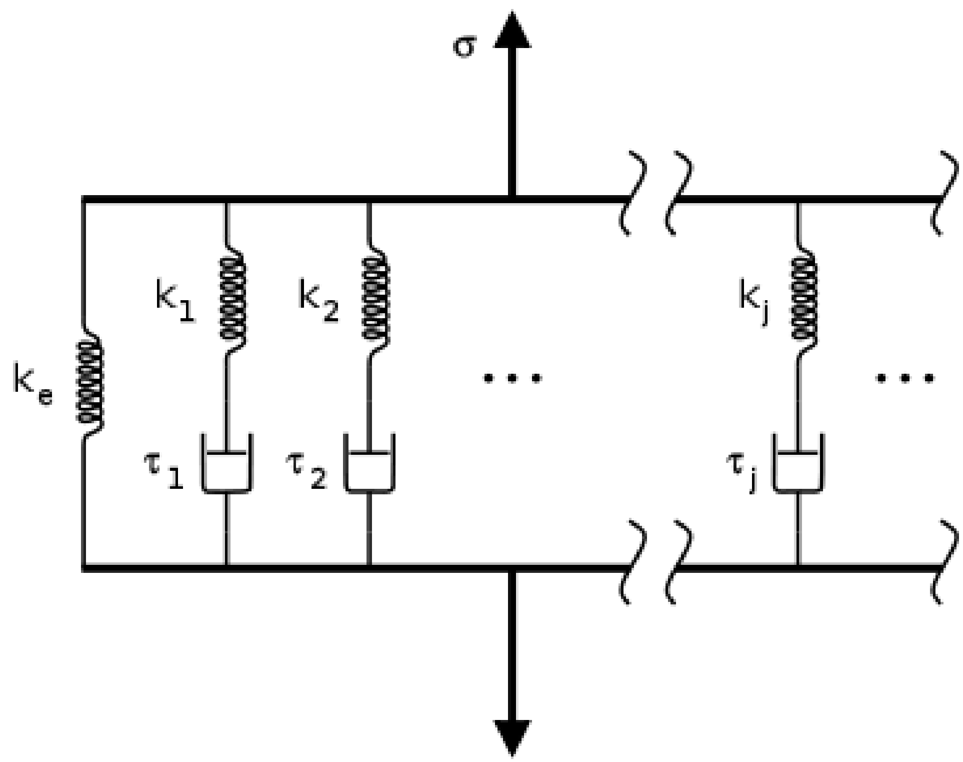
$$\sigma = E\epsilon + \eta\dot{\epsilon}$$

Som i lærebok

Standard linear solid (SLS) model



Generalisert Maxwell



Eksempler i lærebok

- Gå igjennom følgende eksempler på egenhånd:
  - Example 4.5
  - Example 4.6
  - Example 4.9

Benytter energibetraktninger.