MEK2500 Faststomekanikk

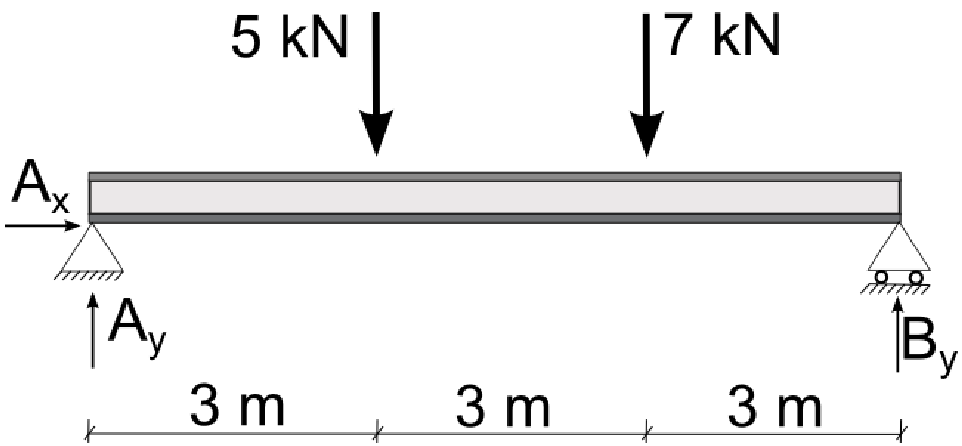
Onsdag 5. desember, 2012

Oppgave 1

a)

$$\left.\begin{array}{r} Likevektsligninger = 3\ (2D) \\ Opplagerreaksjoner = 3 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Statisk bestemt}$$

b)



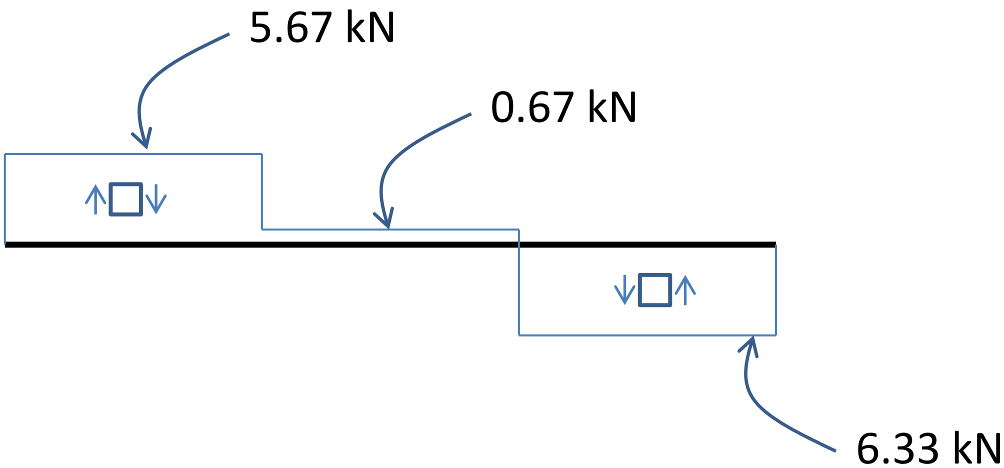
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y = \frac{5kN \cdot 3m + 7kN \cdot 6m}{9m} = \frac{19}{3} kN \approx 6.33kN$$

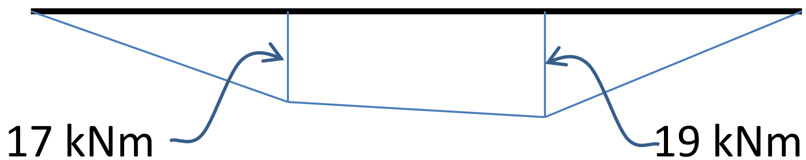
$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - 5kN - 7kN = 0 \rightarrow A_y = \frac{17}{3} kN \approx 5.67kN$$

c)

Q:



M:



d)

$$I = \frac{198 \cdot 294^3}{12} - \frac{150 \cdot 198^3}{12} \approx 322 \cdot 10^6\ mm^4$$

$$\sigma = \frac{M}{I} y = \frac{19 \cdot 10^6\ Nmm}{322 \cdot 10^6\ mm^4} \cdot 147mm = 8.67\ N/mm^2$$

e)

$$S = \int_A y dA = 48 \int_0^{99} y dy + 198 \int_{99}^{147} y dy \approx 1.4 \cdot 10^6 mm^3$$

$$\tau = \frac{6.33 \cdot 10^3\ N \cdot 1.4 \cdot 10^6\ mm^3}{322 \cdot 10^6\ mm^4 \cdot 48\ mm} \approx 0.575\ N/mm^2$$

f)

$$S = \int_A y dA = 198 \int_{99}^{147} y dy \approx 1.17 \cdot 10^6 mm^3$$

$$\tau = \frac{6.33 \cdot 10^3\ N \cdot 1.17 \cdot 10^6\ mm^3}{322 \cdot 10^6\ mm^4 \cdot 48\ mm} \approx 0.479\ N/mm^2$$

$$x \cdot b \cdot \tau = 800\ N$$

$$x = \frac{800\ N}{b \cdot \tau} = \frac{800\ N}{48\ mm\ \cdot 0.479\ N/mm^2} \approx 34.8\ mm$$

Oppgave 2

a)

$$\left.\begin{array}{c} j = 7 \\ m = 11 \\ r = 3 \end{array}\right\} m + r = 2j \rightarrow Statisk\ bestemt$$

b)

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y = \frac{10}{4}P = \frac{5P}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y = P \rightarrow A_y = -\frac{3P}{2}$$

c)

Knutepunkt A:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_{AB} = 0$$

Knutepunkt B:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_{BC} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_{BD} = -B_y = -\frac{5P}{2}$$

d)

Knutepunkt G:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_{EG}\frac{8}{\sqrt{8^2+4^2}} - N_{FG}\frac{4}{\sqrt{4^2+4^2}} = 0$$

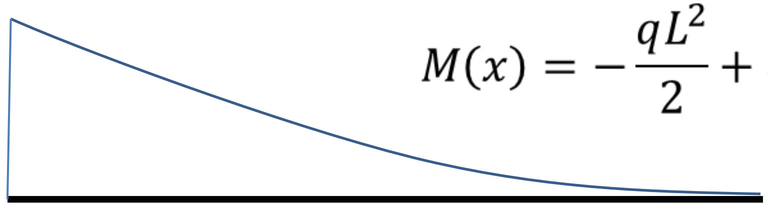
$$\sum F_y = 0 \rightarrow -N_{EG}\frac{4}{\sqrt{8^2+4^2}} - N_{FG}\frac{4}{\sqrt{4^2+4^2}} - P = 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{EG} \\ N_{FG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -P \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_{EG} \\ N_{FG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{5} & -\sqrt{5} \\ -\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{5}P \\ -2\sqrt{2}P \end{bmatrix}$$

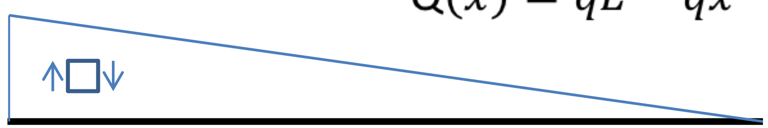
Oppgave 3

a)



$$M(x) = -\frac{qL^2}{2} + qLx - \frac{qx^2}{2}$$

$$\mathrm{Q}(x) = qL - qx$$



b)

$$v(x) = v'(x) = 0$$

c)

$$EIv''(x) = -M(x)$$

$$EIv''(x) = \frac{qL^2}{2} - qLx + \frac{qx^2}{2}$$

$$EIv'(x) = \frac{qL^2}{2}x - \frac{qLx^2}{2} + \frac{qx^3}{6} + C_1$$

$$EIv(x) = \frac{qL^2}{4}x^2 - \frac{qLx^3}{6} + \frac{qx^4}{24} + C_1x + C_2$$

$$v(0) = v'(0) = 0 \rightarrow C_1 = C_2 = 0$$

$$v(x) = \frac{1}{2EI}\left(\frac{qL^2}{2}x^2 - \frac{qLx^3}{3} + \frac{qx^4}{12}\right)$$

d)

$$v(x) = \frac{1}{2EI}\left(\frac{qL^2}{2}x^2 - \frac{qLx^3}{3} + \frac{qx^4}{12}\right)$$

$$\delta = v(L) = \frac{1}{2EI}\left(\frac{qL^4}{2} - \frac{qL^4}{3} + \frac{qL^4}{12}\right) = \frac{qL^4}{8EI}$$

e)

$$v'(x) = \frac{1}{2EI}\left(qL^2x - qLx^2 + \frac{qx^3}{3}\right)$$

$$\theta = v'(L) = \frac{1}{2EI}\left(qL^3 - qL^3 + \frac{qL^3}{3}\right) = \frac{qL^3}{6EI}$$

Oppgave 4

a) *Hookes lov sier at spenninger er direkte proporsjonale med tøyninger.* $\sigma = E\epsilon$. *Generalisert Hookes lov gir sammenhenger mellom spenning og tøyning i flere dimensjoner. Hookes lov er kun gyldig for enkelte materialer i et bestemt område (under flytegrensen/proporsjonalitetsgrensen). Stål oppfører seg lineærtelastisk under flytegrensen, mens gummi ikke er lineært i noe område.*

b) *Knekklengden tilsvarer avstanden mellom to infleksjonspunkt. Den kan også ses på som lengden av en stav som er leddlagret i begge ender og har samme kritiske last som den virkelige søylen. Dermed kan kritisk last for en vilkårlig søyle uttrykkes på samme form som Eulerlasten:* $N_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$

c) *For alle punkt i et legeme finnes det minst tre plan ute skjærspenninger. Normalspenningene har sine ekstremalverdier normalt på disse planene. Normalspenningene på disse planene kalles hovedspenningene. Hovedspenningene er egenverdiene til spenningsmatrisen.*

d) *Mohrs sirkel er en 2D grafisk representasjon av spenningstilstanden i et punkt. Koordinatene angir normalspenning og skjærspenning på plan med gitte orienteringer gjennom punktet. Sirkelen angir med andre ord spenningskomponentene på alle plan gjennom punktet. Mohrs sirkel kan brukes til å finne hovedspenninger, største skjærspenning og middelspenning, etc.*