

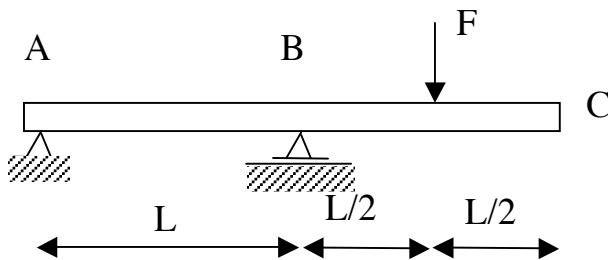
UNIVERSITETET I OSLO
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

EKSAMEN I:	MEK1500 – FASTSTOFFMEKANIKK
EKSAMENSDAG:	ONSDAG 01-12-2004
TID FOR EKSAMEN:	0900 – 1200
VEDLEGG:	FORMELARK (3 SIDER)
TILLATTE HJELPEMIDLER:	ROTTMANNS FORMELSAMLING + GODKJENT KALKULATOR

OPPGAVEN ER PÅ 3 SIDER

Oppgave 1 (40%)

En fritt opplagret bjelke ABC er lagret opp i A og B med henholdsvis boltelager og rullelager. Lengden på AB og BC er L. Midt på BC er bjelken påkjent av en last F.

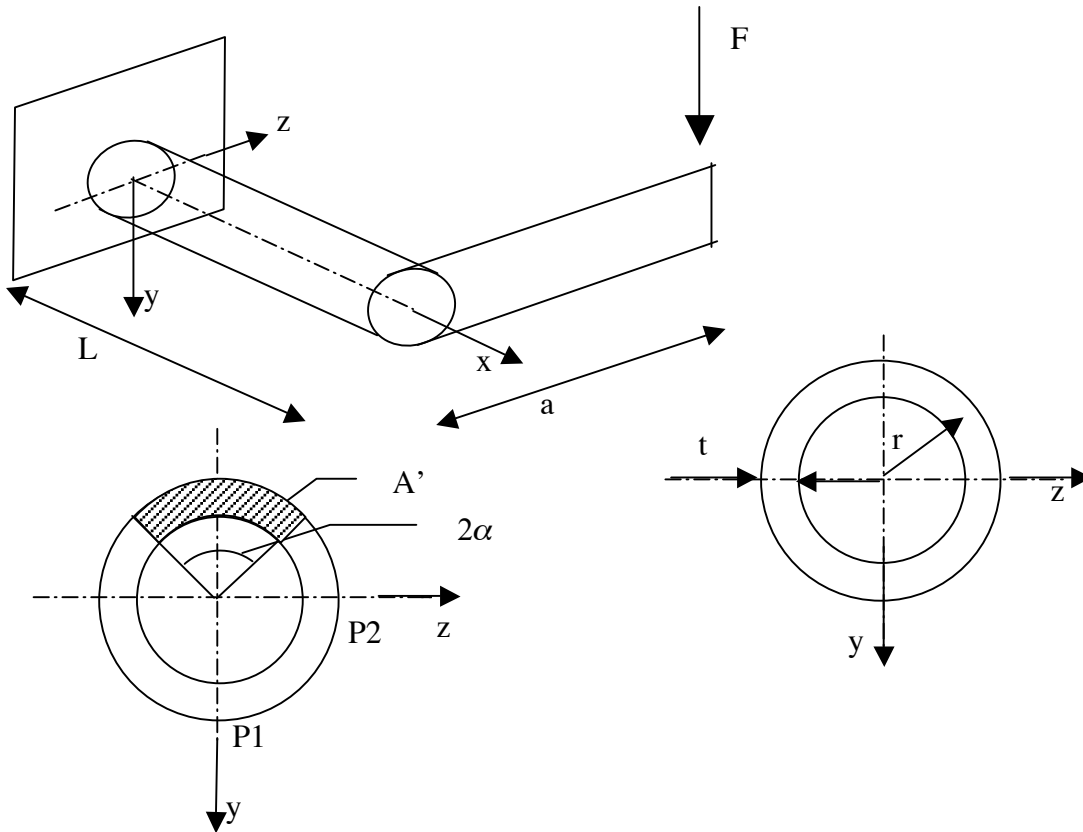


Figur 2

- Beregn og skisser moment og skjærkraftdiagram for bjelken
- Bruk bøyelinjens differensialligning til å beregne bjelkens bøyelinje uttrykt ved elastisitetsmodulen E og arealtreghetsmomentet I. Hva blir nedbøyningen i C?
- Anta nå at bjelken er fast innspent i A. Beregn bjelkens bøyelinje, moment- og skjærkraftdiagram.

Oppgave 2. (40%)

Et tynnvegget rør er fast innspent i den ene enden og i den andre enden påsveiset en arm tvers på røraksen. Rørets radius er r og veggtykkelsen er t . Rørets lengde er L og armens lengde er a .

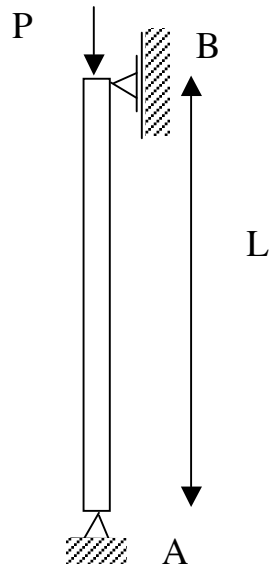


Figur 1

- Bestem reaksjonskreftene og skisser snittkreftene som virker langs røret.
- Bestem uttrykkene for koordinatspanningene i punktene P1 og P2 ved innspenningen ($x=0$) og vis retningene ved hjelp av skisser. Arealmomentet av arealet A' i figuren er: $S'_z = \int_{A'} y dA = 2r^2 t \sin \alpha$
- Bruk heretter at $F = 35$ kN; $L = 1$ m; $a = 0.8$ m; $r = 100$ mm; og $t = 10$ mm. Tegn opp Mohrs spennings sirkel for P1 og beregn hovedspenningene og hovedspenningsretningene.
- Røret er laget av aluminium med flytespenning $\sigma_F = 300$ MPa. Beregn sikkerheten mot flyting i P1 ved hjelp av von Mises kriteriet.
- Vis hvordan arealmomentet i b) fremkommer ($S'_z = \int_{A'} y dA = 2r^2 t \sin \alpha$)

Oppgave 3 (20%)

En søyle med konstant bøyestivhet EI og lengde L er lagret med boltelager i A og friksjonsløst rullelager i B. Den er belastet med en vertikal trykklast P i B.



Figur 3

- Anta at søylen er sentrisk belastet og still opp differensialligningen for søylens bøyelinje (2.ordens teori for små forskyvninger) og bestem et uttrykk for den kritiske trykkraften (P_{kr}).
- Skisser søylens knekk/forskyvningsform for lasten P_{kr} .

FORMELARK:

Hooks lov for isotropt og lineært elastisk materiale

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x - \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y - \sigma_x)] + \alpha\Delta T$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] - 3K\alpha\Delta T$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] - 3K\alpha\Delta T$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_x)] - 3K\alpha\Delta T$$

Hooks lov for plan spenning

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu\sigma_y] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu\sigma_x] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_y - \sigma_x) + \alpha\Delta T$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) - \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) - \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}$$

Skjærmodul G og kompresjonsmodul K

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Bøymoment og skjærkraft

$$\frac{dQ}{dx} = -q \quad \frac{dM}{dx} = Q$$

Hovedspenninger

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\phi_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Bøyespenning

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

Skjærspenning p.g.a. skjærkraft Q

$$\tau_Q = \frac{QS'}{Ib}$$

$$S' = \int_{A'} y dA$$

Dimensjoneringskriterier

Von Mises:

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} < \sigma_F$$

Tresca

$$\sigma_j = \sigma_{Max} - \sigma_{Min} < \sigma_F$$

Differensialligningen for bøyelinje

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

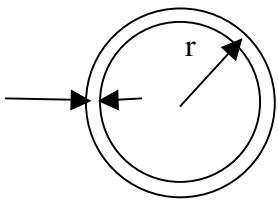
Torsjon av sylindriske staver

Torsjonsvinkel

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

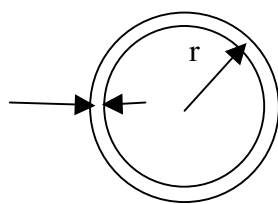
Skjærspenning

$$\tau_T = \frac{T}{J}r$$

Tverrsnitt	Torsjonskonstant \underline{J}
Tynnvegget rør: 	$J = 2\pi r^3 t$

Arealtreghetsmoment

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

Tverrsnitt	Arealtreghetsmoment
Tynnvegget rør: 	$I = \pi r^3 t$