

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK 1500 — Faststoffmekanikk.

Eksamensdag: Mandag 18. desember 2006.

Tid for eksamen: 9.00 – 12.00.

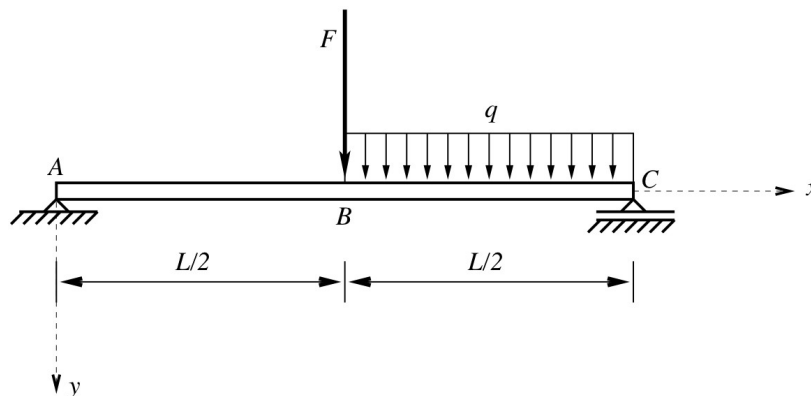
Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Formelark er inkludert i oppgavesettet.

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsamling, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.



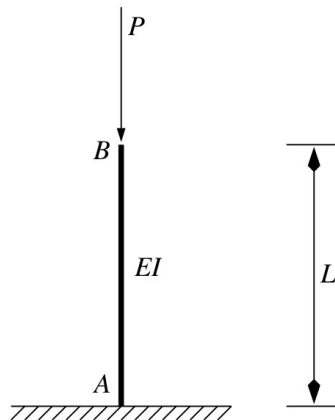
Figuren viser en fritt opplagt bjelke ABC med lengde L som er påvirket av en vertikal punktlast F i B . I tillegg virker en kontinuerlig fordelt last (pr. lengdeenhet) q i området mellom B og C . Bjelken antas å være laget av et lineært elastisk materiale. Den har konstant bøyestivhet EI og rektangulært tverrsnitt med høyde h og bredde b .

(a) Beregn opplagerkreftene som virker på bjelken.

(Fortsettes side 2.)

- (b) Beregn fordelingen av aksialkraften (N), skjærkraften (Q) og bøyemomentet (M) i bjelken. Tegn opp tilhørende snittkraft- og momentdiagram med angivelse av fortegn og retninger samt verdier i diagrammenes knekkpunkter.
- (c) Beregn bjelkens nedbøyning (vertikalforskyvning) i B . Her skal kun effekten av bøyemoment tas med (skjærdeformasjoner neglisjeres). Benytt gjerne en metode som baserer seg på tøyningsenergien i bjelken.
- (d) Vi setter nå $q = 2F/L$. Skissér fordelingen av den vertikale skjærspenningen τ_{xy} over tverrsnittet ved $x = L/4$ (beregning kreves ikke). Bestem den største absoluttverdien av τ_{xy} i bjelken, og angi hvor denne verdien opptrer. Bestem den største aksialspenningen σ_x i bjelken, og avgjør hvor i bjelken denne verdien oppnås (lokale effekter ved den konsentrerte lasten og opplagerne kan neglisjeres).

Oppgave 2.



Figuren viser en lineært elastisk søyle som er påvirket av trykkraften P i B . Søylene har konstant bøyestivhet gitt ved EI , og den er fast innspent ved A .

- (a) Formuler differensiallikningen (basert på linearisert annen-ordens teori) for søylens bøyelinje og sett opp randbetingelsene.
- (b) Bestem den kritiske lasten (knekklasten) for søylene. Skissér den tilhørende knekkformen.

SLUTT

(Fortsettes side 3.)

VEDLEGG

- Det kan vises at aksialspenningsfordelingen over et bjelketverrsnitt under visse forutsetninger kan uttrykkes ved

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M}{I}y,$$

der N er aksialkraften, A er tverrsnittsarealet, M er bøyemomentet, I er arealtrehetsmomentet, og y er en koordinat over tverrsnittets høyde.

- Skjærspenningsfordelingen over et bjelketverrsnitt kan uttrykkes ved

$$\tau_{xy} = \frac{QS}{Ib},$$

der Q er skjærkraften, S er arealmomentet av en del av tverrsnittsarealet, I er arealtrehetsmomentet, og b er tverrsnittets bredde.

- Arealtrihetsmomentet (med hensyn på en tverrakse gjennom arealsenteret) for et rektangulært tverrsnitt er gitt ved

$$I = \frac{bh^3}{12},$$

der b er tverrsnittets bredde, og h er tverrsnittets høyde.

- Tøyingsenergien i en bjelke på grunn av bøyemoment kan uttrykkes ved

$$U = \int_L \frac{M^2}{2EI} dx,$$

der L er bjelkens lengde, M er bøyemomentet, og EI er bøyestivheten.

SLUTT