

Obligatorisk oppgave 1, MEK3220, høst 2012

Oppgave 1

I et kartesisk koordinatsystem x, y, z , er spenningstensoren gitt ved

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} a & \tau & 0 \\ \tau & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix},$$

hvor a, b og τ er konstanter.

- Finns spenningen på plan med normalvektoren $\mathbf{n} = (\mathbf{i} + \mathbf{j})/\sqrt{2}$ hvor \mathbf{i} og \mathbf{j} er enhetsvektorene i henholdsvis x og y retning.
- Bestem normalspenningen og tangensialspenningen på planet definert i a).
- Finns prinsipalspenningene og prinsipalretningene. (Hint: Kontroller resultatet ved å bruke matlab/python(sympy modul) til å løse egenverdi-problemet. Se også "principal stresses and stress invariants" under stress(mechanics) på wikipedia for løsningsmetode.

Oppgave 2

Et to-dimensjonalt forskyvningsfelt i x, y planet er gitt ved

$$\mathbf{u} = \{\alpha y, \alpha x\},$$

hvor $0 < \alpha \ll 1$.

- Skisser hvordan et kvadrat med hjørner $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ og $(0, -1)$ deformeres. Hvordan endres arealet for det deformerte kvadratet?
- Finns forskyvningsforskjellen $\Delta \mathbf{u}$ mellom to vilkårlige punkter i feltet med vektoriell avstand $\{\Delta x, \Delta y\}$. Bestem tensoren for relative forskyvningsforskjeller.
- Finns tensoren for deformasjoner uten volumendring for det gitte feltet.

Oppgave 3

Torsjonsfeltet for en sirkulær stav som er spent fast ved $x = 0$ og som har sentrum langs x -aksen er gitt ved

$$\mathbf{u} = qxr\mathbf{i}_\phi$$

i sylindervektor (i (r, ϕ, x)) og

$$\mathbf{u} = qx(-z\mathbf{j} + y\mathbf{k})$$

i kartesiske koordinater.

- a) Regn i kartesiske koordinater og vis at spenningstensoren basert på Hooke's lov er gitt ved

$$\mathcal{P} = \mu q \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ -z & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- b) Bruk resultatet fra forrige deloppgave til å finne prinsipalspenninger og retninger.
- c) Vis at spenningstensoren i sylinderkoordinater kan skrives

$$\mathcal{P} = \mu q r (\mathbf{i}_\phi + \mathbf{i}_\phi \mathbf{i}),$$

der enhetsvektorerne er gitt ved $(\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\phi, \mathbf{i})$.

Krav til innlevering og godkjenning

For alle 9 deloppgaver gis det maksimalt 5 poeng for hver. For godkjenning kreves det 25 poeng av de 45 som maksimalt kan oppnåes. Dersom dette ikke er innfridd ved innlevering, men besvarelsen vurderes som et seriøst forsøk, kan det gis anledning til ny innlevering. For nærmere informasjon om regler se <http://www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/index.html>. Tidsfrister er gitt på kurssidene til MEK3220.

Du kan bruke Latex eller levere en håndskrevet besvarelse. Det er lov å samarbeide, men alle må levere individuelle besvarelser.