

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

UNDERVEISEKSAMEN I: MEK2200/4200 – VISKØSE VÆSKER OG ELASTISKE STOFFER.
EKSAMENSDAG: FREDAG 15/10, 2004.
TID FOR EKSAMEN: KL. 15.00–18.00.
VEDLEGG: INGEN.
TILLATTE HJELPEMIDLER: ROTTMANN: MATHEMATISCHE FORMELSAMMLUNG, GODKJENT KALKULATOR.
OPPGAVESETTET ER PÅ 2 SIDER.

Oppgave 1. Gitt forskyvningsfeltet

$$\mathbf{u} = (\alpha x - \delta y)\mathbf{i} + (\delta x + \beta y)\mathbf{j} \quad (1)$$

hvor α, β og δ er små konstanter.

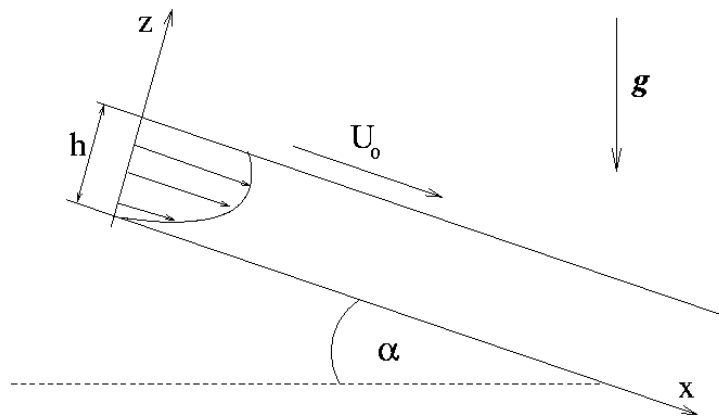
- a) Beregn tensoren $D = \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\}$ for relative forskyvningsforskjeller.

Vi kan skrive $D = D_r + \epsilon$, hvor D_r er en antisymmetrisk tensor som beskriver rotasjon som et stivt legeme og ϵ er en symmetrisk tøyningstensor. Finn D_r og ϵ .

- b) Bruk tilsvarende metode som for spenningstensoren til å finne prinsipalverdiene og prinsipalretningene til tøyningstensoren ϵ .

- c) Se nå på et ekstremt tilfelle at α, β og δ ikke er små. Sett $\alpha = -0.5$, $\beta = 2$ og $\delta = 1$. Gitt et kvadrat med hjørner $(-1, -1)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$ og $(-1, 1)$. Bestem formen til kvadratet etter deformasjonen (1). Tegn en skisse.

Oppgave 2.



En homogen inkompressibel Newtonsk væske med tetthet ρ og viskositet μ strømmer mellom to parallelle plater som ligger på skrå med helningsvinkel α . Strømmen er stasjonær og plan i xz -planet. Topp-plata har avstand h fra bunn-plata og beveger seg med hastighet U_0 i x -retningen. Bunn-plata står i ro.

- a) Formuler likninger og randkrav for bevegelsen.
- b) La oss anta at strømningsfeltet er uniformt i x -retning. Begrunn hvorfor vi kan anta at hastighetsfeltet er gitt som

$$\mathbf{v} = (u(z), 0, 0)$$

- c) Finn strømprofilen under antakelsen at det ikke er noen trykkgradient i x -retning.
- d) Finn volumstrømmen i x -retning, og bestem hastigheten U_0 til topp-plata for at det ikke er netto volumstrøm i x -retning. Skisser strømprofilen.
- e) Bestem hvor stor kraft som er nødvendig for å dra topp-plata.
- f) Finnes det en hastighet U_0 slik at strømprofilen er den samme som om planet $z = h$ var en fri overflate?

SLUTT