

# Oblig I i MEK4220, Høst 2008

## Oppgave 1.

I et kartesisk koordinatsystem  $x, y, z$  er spenningstensoren gitt ved

$$\mathcal{P} = \begin{Bmatrix} p_1 & \tau & 0 \\ \tau & p_1 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{Bmatrix}$$

hvor  $p_1, p_3$  og  $\tau$  er konstanter.

- Finns spenningen på plan med normalvektor  $\mathbf{n} = (\mathbf{i} + \mathbf{j})/\sqrt{2}$  hvor  $\mathbf{i}$  og  $\mathbf{j}$  er enhetsvektorene henholdsvis i  $x$  og  $y$  retning.
- Bestem normalspenningen og tangensialspenningen på planet definert i a).
- Finns hovedspenningene og hovedspenningsretningene.

## Oppgave 2.

Et to-dimensjonalt forskyvningsfelt i  $x, y$  planet er gitt ved vektoren

$$\mathbf{u} = \{\alpha y, \alpha x\}$$

hvor konstanten  $\alpha \ll 1$ .

- Skisser hvordan et kvadrat med hjørner  $(1, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$  og  $(0, -1)$  deformeres. Hvordan endres arealet for det deformerte kvadratet?
- Finns forskyvningsforskjellen  $\Delta \mathbf{u}$  mellom to vilkårlige punkter i feltet med vektoriell avstand  $\{\Delta x, \Delta y\}$ . Bestem tensoren for relative forskyvningsforskjeller.
- Finns tensoren for deformasjoner uten volumendringer for det gitte feltet.

## Oppgave 3.

Gitt spenningstensoren

$$\mathcal{P} = \begin{Bmatrix} 0 & -sz & sy \\ -sz & 0 & 0 \\ sy & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

hvor  $x, y, z$  er kartesiske koordinater og  $s$  er en konstant.

- Finns enhetsnormalvektoren på en sylinderflate med radius  $r = a$ . Symmetriaksen for sylinderflaten er  $x$ -aksen.
- Finns spenningen på et flatelement i sylinderflaten definert i a).
- Finns momentet av spenningskraften på en snittflate normalt  $x$ -aksen med radius  $r \leq a$ .

## Oppgave 4.

Gitt et forskyvningsfelt

$$\mathbf{u} = x^2y\mathbf{i} + (y - z^2)\mathbf{j} + y^2z\mathbf{k}$$

i kartesiske koordinater  $x, y, z$  med enhetsvektorer  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  og  $\mathbf{k}$  henholdsvis langs de tre akseretningene.

Finn tensoren for relative forskyvningsforskjeller (tøyninger).

## Oppgave 5.

En rett jevntykk stålstang med sirkulært tverrsnitt har diameter  $d = 0,01$  m og lengde  $L = 20$  m. Stangen henger vertikalt festet i den øvre enden. Vi legger  $x$ -aksen langs stangens senterakse rettet nedover og origo i festet. Massetettheten av stål settes  $\rho = 8 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> og flytegrensen for stål er  $f_y = 300$  MegaPascal (MPa).

- Finn spenningen  $\sigma(x)$  i tverrsnitt normalt  $x$ -aksen på grunn av tyngden.
- Bestem forskyvningene (tøyningene) i stangen  $x$ -retning i tilfellet a).
- Hvor stor masse  $M$  kan henges i nedre ende av stangen uten at spenningen i stangen på grunn av massen  $M$  og tyngden av stangen overskrider  $\frac{1}{2}f_y$ ?