

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	ME 105 — Viskøse væsker og elastiske stoffer.
Eksamensdag:	Onsdag 10. januar 1996.
Tid for eksamen:	09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på	3 sider.
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematiske Formelsammling.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

I et kartesisk koordinatsystem (x, y) med to-dimensjonal spenningstilstand har spenningstensoren \mathcal{P} komponentene

$$\mathcal{P} = \begin{Bmatrix} 0 & \tau \\ \tau & 0 \end{Bmatrix}$$

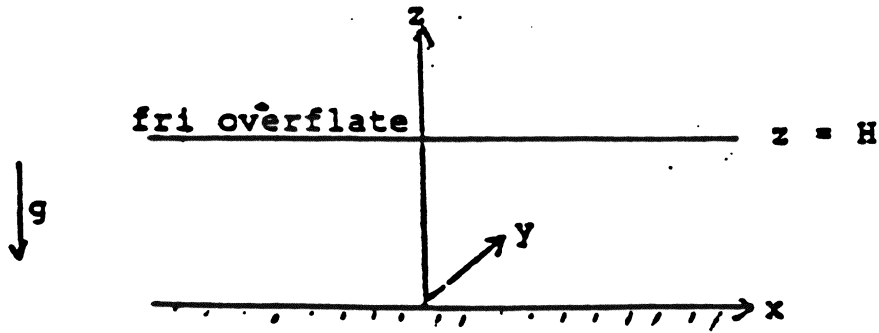
hvor τ er en konstant. ($\tau = P_{xy}$).

- Finn spenningen på et flatelement hvis flatenormalen ligger i x, y -planet og danner vinkelen φ med x -aksen.
- Finn normal- og tangensialspenningen på flatelementet.
- Finn prinsippalspenningene (hovedspenningene) og retningene (prinsippalspenningsaksene).

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

Et jevntykt lag av et ideelt isotropt elastisk stoff ligger på et horisontalt fast underlag. Tykkelsen av laget er H og laget er ubegrenset i horisontal retning. Vi legger et kartesisk koordinatsystem (x, y, z) med z -aksen i vertikal retning.



Laget deformeres under tyngdens påvirkning og deformasjonen u forutsettes å være rettet langs z -aksen. Ved likevekt er u bare en funksjon av z .

- Sett opp et uttrykk for spenningstensoren (ved likevekt) som angir spenningen i mediet uttrykt ved forrykningen u .
- Vis at u må oppfylle likningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\rho g}{\lambda + 2\mu}$$

hvor λ og μ er elastisitetskonstanter ($\lambda = \kappa - \frac{2}{3}\mu$) og g er tyngdens akselerasjon. ρ er tettheten i mediet.

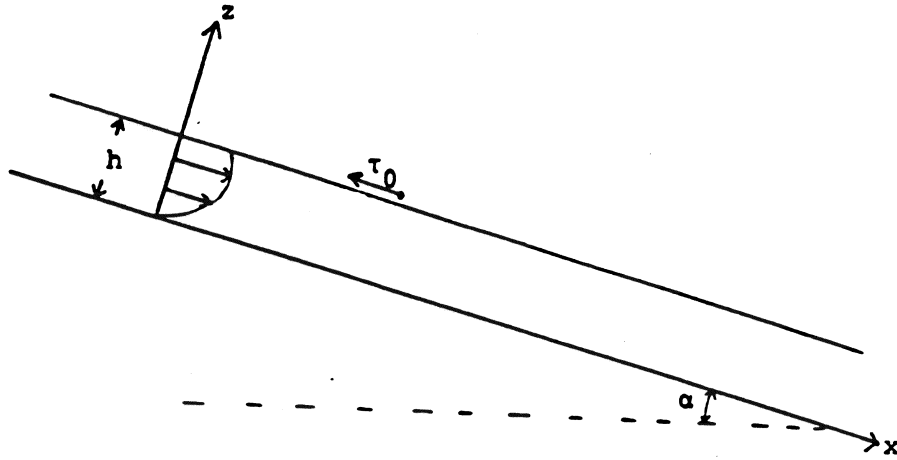
Vi forutsetter at forrykningene er små og at tettheten kan betraktes som konstant i mediet.

- Finn forrykningen ved lagets overflate.

Oppgave 3.

En homogen inkompressibel Newtonsk væske med tetthet ρ og viskositet μ strømmer nedover et skråplan med helningsvinkel α . Overflaten antas å være plan og strømmen er stasjonær og rettlinjet. Tykkelsen av væskelaget er h og tyngdens akselerasjon er g .

(Fortsettes side 3.)



Vi legger et aksekors x, z som vist på figuren.

- Finne den stasjonære strømprofilen $u(z)$ når det langs overflaten virker en skjærspenning τ_0 rettet mot bevegelsen (f.eks. vinddrag).
- Finne volumstrømmen i x -retning og bestem τ_0 slik at det ikke er noen netto volumstrøm i x -retning. Skisser strømprofilen.
- Finne skjærspenningen ved skråplanet.
- Energidissipasjonen pr. volumenhet og tidsenhet er gitt ved

$$\Delta = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

Dissipasjonen er den eneste varmekilden i væsken. Bestem dissipasjonen og finn den stasjonære temperaturprofilen i væsken $T(z)$ når temperaturen ved overflaten og ved skråplanet holdes konstant på henholdsvis T_0 og T_s . Varmediffusjons-koeffisienten i væsken er κ og den spesifikke varmekapasiteten er c . (Varmeledningsevnen $k = \kappa \rho c$).

- Hvor transporteres varmen som produseres på grunn av dissipasjoner?

SLUTT