UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	ME 115 — Viskøse væsker og elastiske stoffer.
Eksamensdag:	Torsdag 8. juni 1995.
Tid for eksamen:	09.00 – 15.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematische Formelsammlung.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

Gitt hastighetsfeltet $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$ hvor hastighetskomponentene er funksjoner av romkoordinatene $\vec{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$.

a) Finn hastighetsforskjellen mellom to nærliggende punkter i feltet og bestem tensoren $\dot{\mathcal{D}} = \{\dot{\mathcal{D}}_{ij}\}$ for relativ hastighetsforskjell.

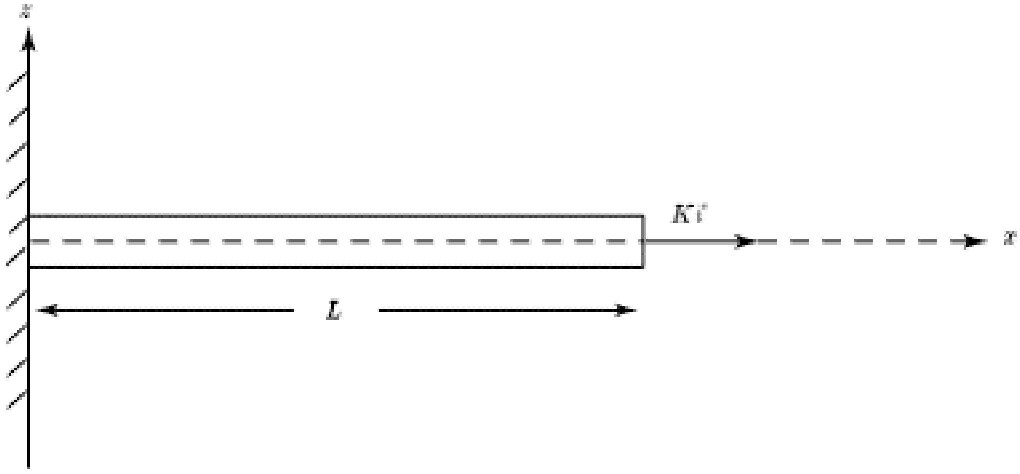
b) Vis at $\dot{\mathcal{D}}$ kan deles i tre deler som representerer henholdsvis kontraksjon/ekspansjon, deformasjon uten volumendring og rotasjon som stivt legeme.

c) Sett $v_i = a_{ij}x_j$ hvor a_{ij} er konstanter.
Hvordan må a_{ij} velges for at feltet skal tilsvare de tre deformasjonstilstandene nevnt under b)?

Oppgave 2

En sirkulær, sylindrisk stav med lengde L og radius a er fast innspent ved $x = 0$ og utsatt for enakset strekk i lengderetningen på grunn av en kraft $K\,\vec{\imath}$ ved $x = L$. ($\vec{\imath}$ er enhetsvektoren langs x-aksen.) Staven er laget av et isotropt stoff som oppfører seg lineært elastisk, med Lamés elastisitetsparametere λ og μ, ved de aktuelle belastninger. Vi ser bort fra tyngdens virkning.

(Fortsettes på side 2.)

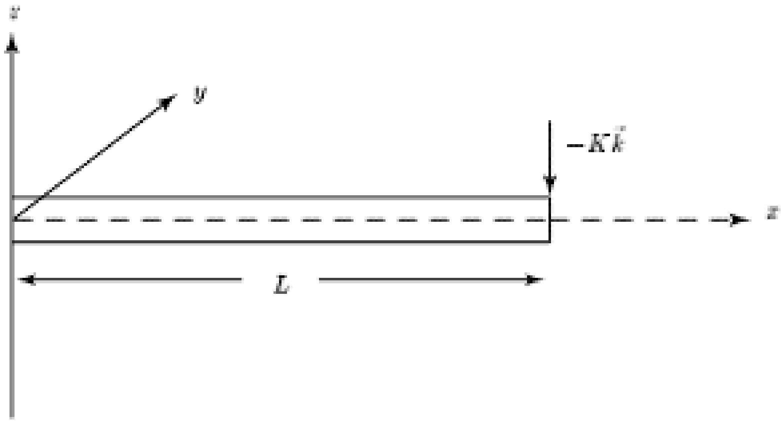


a) Sett opp spenningstensoren P for staven når vi ser bort fra endeeffekter nær $x = 0$ og $x = L$.

b) Finn forrykningsfeltet $\vec{u} = \{u(x), v(y), w(z)\}$ i staven hvor komponentene u, v, w er lineære funksjoner av henholdsvis x, y og z.

c) Finn Youngs modul E uttrykt ved λ og μ.

Vi antar nå at kraften ved stavens ende er $-K\vec{k}$, se figur. ($\vec{k}$ er enhetsvektoren langs z-aksen.) Flatetreghetsmomentet med hensyn på y-aksen er $I = \pi\frac{a^4}{4}$. Vi ser fortsatt bort fra tyngdens virkning.

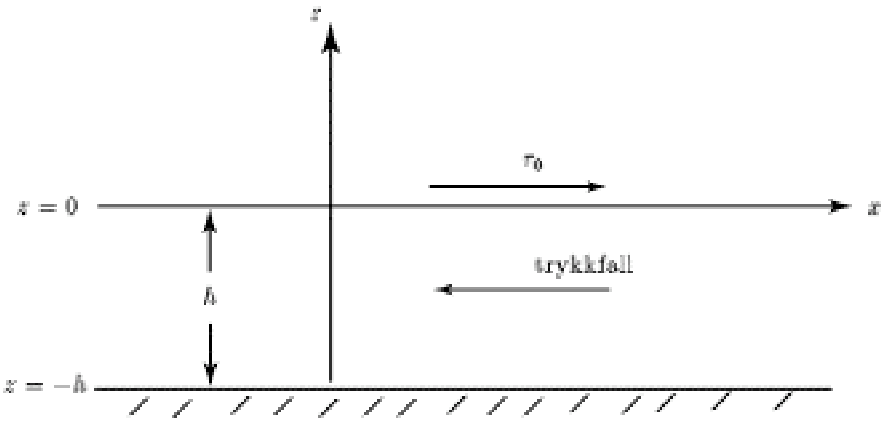


d) Finn forrykningen $w(x)$ av stavens senterlinje i $\vec{k}$-retning når vi antar at bøyningen er liten.

]

En homogen inkompressibel Newtonsk væske med tetthet ρ og viskositetskoeffisient μ strømmer langs en horisontal plate ved $z = -h$ drevet av en skjærspenning τ_0 langs overflaten ved $z = 0$. I motsatt retning virker en trykkgradient $\frac{\partial p}{\partial x} = \beta$ hvor β er en positiv konstant. Det forutsettes at overflaten holder seg plan og at strømmen er rettlinjet og stasjonær.

(Fortsettes på side 3.)



a) Bestem strømprofilen.

b) Finn den totale volumstrømmen i x-retning og bestem β slik at volumstrømmen er null.

c) Finn energidissipasjonen pr. volumenhet i væsken og bestem hvor i væsken dissipasjonen er størst. Bruk verdien for β funnet i b).

d) Under forutsetning av at dissipasjonen er den eneste varmekilden i væsken skal temperaturfordelingen $T(z)$ bestemmes når temperaturen ved planene $z = 0$ og $z = -h$ holdes fast på T_0.