

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

- Eksamen i: ME 115 — Viskøse væsker og elastiske stoffer.
- Eksamensdag: Lørdag 8. juni 2002.
- Tid for eksamen: 09.00 – 15.00.
- Oppgavesettet er på 2 sider.
- Vedlegg: Ingen.
- Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsammling.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

- Utled Cauchys 2. relasjon for spenningstensoren til et kontinuerlig medium.
- Gitt spenningstensoren i to dimensjoner $\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}$ der $\sigma_1 > \sigma_2$. Finn maksimal normalspenning og maksimal skjærspenning. (Gi utledning.)
- Gitt spenningstensoren $\mathcal{P} = \begin{pmatrix} 0 & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$. Finn maksimal normalspenning og maksimal skjærspenning. (Gi utledning.)
- Utled energiligningen for den mekaniske energien til et kontinuerlig medium.
- Utled også energiligningen for den totale energien til et kontinuerlig medium. Forklar de størrelser du bruker. Definer matematisk energidissipasjonen for en viskøs inkompressibel væske.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

En homogen, inkompressibel viskøs væske grenser inn til en plate som ligger i xy -planet. Væsken fyller rommet $z > 0$. For tiden $t < 0$ er både plate og væske i ro. Ved tiden $t = 0$ settes platen i bevegelse med hastighet u_0 langs x -aksen.

- a) Formuler initialbetingelsene og randbetingelsene for bevegelsen.
- b) Det er rimelig å anta at hastighetsfeltet er på formen $\mathbf{v} = (u(z, t), 0, 0)$. Gi en kort begrunnelse for at dette er en rimelig antakelse.
- c) Finn bevegelsesligningen for $u(z, t)$.
- d) Innfør variabelen $\eta = \frac{z}{\sqrt{\nu t}}$, der ν er væskens kinematiske viskositetskoeffisient. Anta at $u(z, t) = u(\eta)$. Bruk dette til å finne hastighetsfeltet.
- e) Finn spenningstensoren for væsken samt spenningen ved plata.

SLUTT