

# UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i MEK3500/MEK4500 — Konstruksjonsmekanikk.

Eksamensdag: Onsdag 8. desember, 2010

Tid for eksamen: 09.00 – 13.00

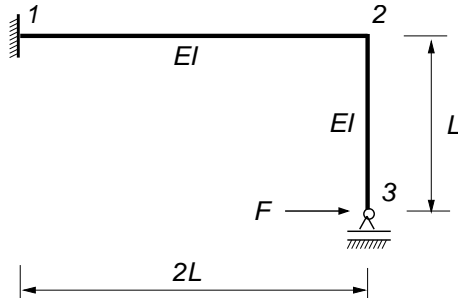
Oppgavesettet er på 4 sider.

Vedlegg: Formelark er inkludert i oppgavesettet.

Tillatte hjelpemidler: Rottmann, "Matematisk formelsamling".  
Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

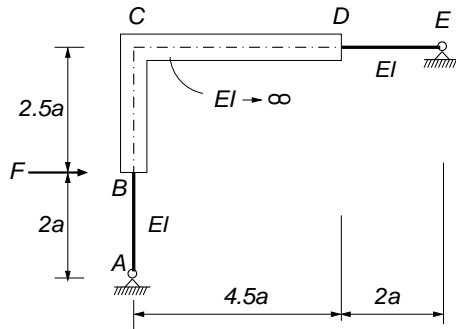
## Oppgave 1. (ca. 32%)



Den viste knerammen, med randbetingelser og belastning  $F$  som vist, skal beregnes ved hjelp av forskyvningsmetoden. Kun bøyedeformasjoner skal medtas.

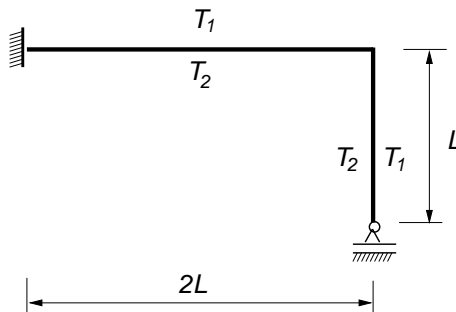
- a) Konstruksjonens deformasjonstilstand kan generelt beskrives ved hjelp 3 frihetsgrader ( $r_1, r_2, r_3$ ). Innfør og definer de 3 frihetsgradene i figur, og still så opp systemstivhetsrelasjonen  $\mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{R}$  ved hjelp av grunnleggende prinsipper (materiallover (elementstivhetsrelasjoner), kinematikk, likevekt). Løsning for forskyvningsfrihetsgradene ( $\mathbf{r}$ ) kreves ikke.
- b) Konstruksjonens deformasjonstilstand kunne også blitt beskrevet med 2 frihetsgrader under en viss forutsetning. Angi kort hvilken forutsetning dette er og definer i figur disse frihetsgradene.

(Fortsettes på side 2.)

**Oppgave 2.** (ca. 28%)

Figuren viser en uforskyvelig ramme med leddlagre i punkt A og E. Rammen skal beregnes ved hjelp av kraftmetoden. Kun bøyedeformasjoner skal medtas. Bøyestivheten er stegvis konstant: I del AB og DE er den lik  $EI$ , og i BC og CD er den uendelig stor. I punkt B virker det en last  $F$ .

- Beregn opplagerkrefter og beregn/tegn opp moment- og skjærkraftdiagrammene (indiker snittkreftenes retninger) for den viste, en gang statisk ubestemt rammen.
- Skisser tilnærmet form på bøyelinjen (beregning kreves ikke), og beregn rotasjonen  $\theta_C$  i knutepunkt C, f.eks. ved hjelp av virtuelle krefters prinsipp (enhetslastmetoden).

**Oppgave 3.** (ca. 23 %)

Den viste, en gang ubestemte knerammen, påføres en lineær temperaturgradient (dvs., en rettlinjert temperaturfordeling over tverrsnittet). På oversiden av bjelken og utsiden av søyla er temperaturen  $T_1$ . På innsiden er den  $T_2 (> T_1)$ .

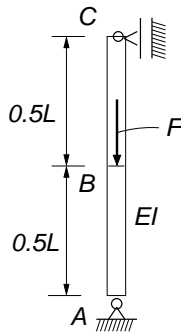
- I et tverrsnitt av et element med  $x$ -aksen som lengdeakse, kan krumningen på grunn av temperaturgradienten skrives som

$$\frac{d\phi_T}{dx} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{h}$$

hvor  $d\phi_T$  er rotasjonsendringen over en infinitesimal lengde  $dx$ ,  $\alpha$  er temperaturutvidelseskoeffisienten og  $h$  er tverrsnittshøyden. Vis ved passende figur og beregning hvordan dette uttrykket framkommer.

- Bruk kraftmetoden og beregn opplagerkrefter. Videre, beregn/tegn opp momentdiagrammet (med snittkreftenes retninger klart indikert). Kun bøyedeformasjoner skal medtas. Bøyestivheten er  $EI$  for både søylen og bjelken.

(Fortsettes på side 3.)

**Oppgave 4.** (ca. 17 %)

Den fritt opplagrede søylen i figuren har konstant bøyestivhet  $EI$ , og den er belastet med en sentrisk vertikalkraft  $F$  i søylens midtpunkt.

Benytt en tilnærmet metode for å beregne kritisk last. Kun bøyedeformasjoner skal medtas.

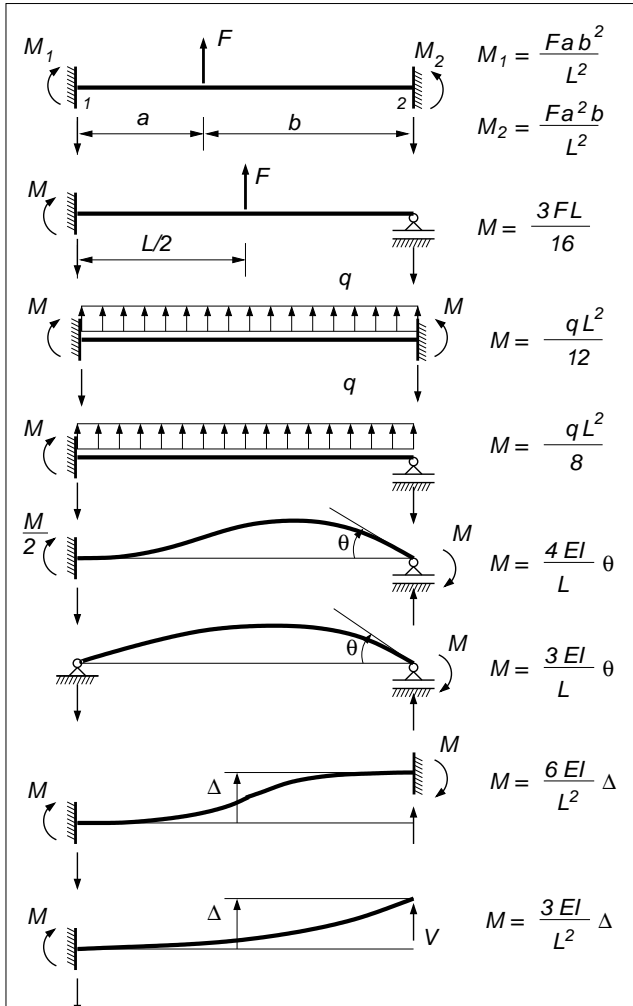
Alternativt kan differensialligningen benyttes (NB! Betydelig mer arbeidskrevende).

SLUTT

(Fortsettes på side 4.)

**VEDLEGG.**

*Endemomenter  
for bjelker med konstant bøyestivhet EI og lengde L*



NB. Momentpiler er vist i den retning momentene virker

*Elementærintegraler  $\int_0^L F_1(x) \cdot F_0(x) dx$*

$F_0(x)$		
$F_1(x)$		
	$a b L$	$a b L / 2$
	$a b L / 2$	$a b L / 3$
	$a b L / 2$	$a b L / 6$
2. gradsparabler:		
	$2ab L / 3$	$5ab L / 12$
	$2ab L / 3$	$a b L / 3$

*Arbeidsligningen (virtuelt arbeid) for plane systemer uten torsjon*

$$\begin{aligned}
 \tilde{1} \cdot \delta = & \int_L \tilde{N}_1 \left( \frac{N}{EA} + \epsilon_a \right) dx \\
 & + \int_L \tilde{M}_1 \left( \frac{M}{EI} + \frac{d\phi_a}{dx} \right) dx \\
 & + \int_L \tilde{V}_1 \left( \frac{V}{GA/\kappa} + \gamma_a \right) dx
 \end{aligned}$$