

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK4510 — Svingninger i konstruksjoner

Eksamensdag: Onsdag 9. juni 2010

Tid for eksamen: 09.00–12.00

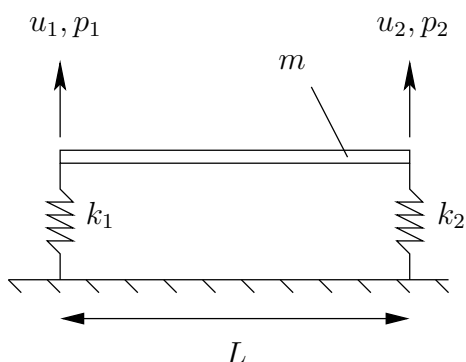
Oppgavesettet er på 4 sider.

Vedlegg: Formelark (1 side)

Tillatte hjelpemidler: Rottmann, "Matematische Formelsammlung",
Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 (vekt 40%)

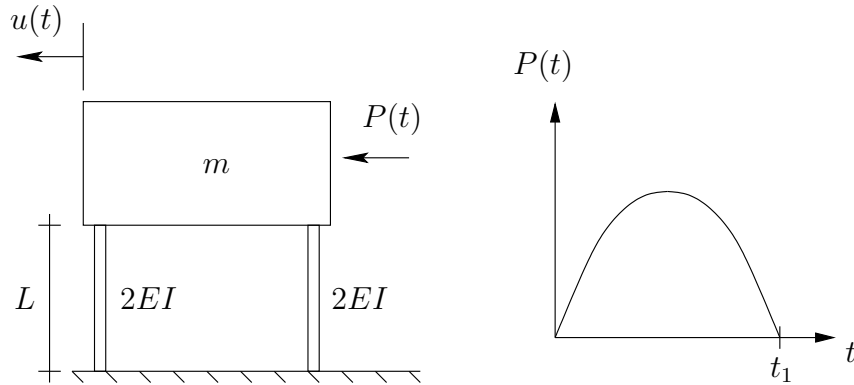


En stiv og homogen stav med total masse m og lengde L er festet til underlaget med to fjærer med fjærestivhet k_1 og k_2 som figuren viser. Forskyvningene skal beskrives ved endeforskyvningene u_1 og u_2 . I tillegg er stavene belastet med lastene p_1 og p_2 som vist i figuren. Staven er tvunget til kun å bevege seg i vertikalretning. Vi ser bort fra tyngdekraften.

- Still opp differensiallikningene som beskriver bevegelsen til staven ved å etablere stivhetsmatrisen \mathbf{k} v.h.a enhetsforskyvningsmetoden, og på tilsvarende måte, etablere massematrisen \mathbf{m} ved å sette på enhetsakselerasjoner.
- Beregn de naturlige svingefrekvensene og svingeformene (fri svingning) for systemet når $k_1 = k$ og $k_2 = 2k$. Normaliser svingeformene slik at maksimal amplitude er lik 1.
- Tegn opp de normaliserte svingformene i en figur.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 2 (vekt 35%)



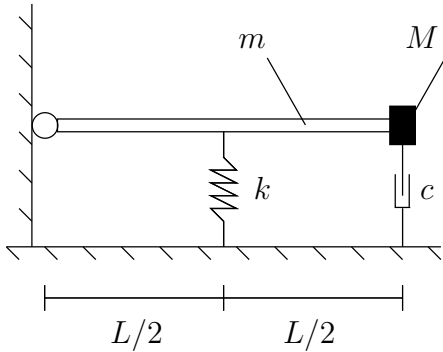
Et tårn med en uendelig stiv øvre del med masse M er opplagret av to søyler som hver har bøyestivhet $2EI$ og lengde L . Søylene er innspenne i grunnen og i den øvre delen av tårnet. Aksialdeformasjoner og massen av søylene skal neglisjeres. Tårnet blir utsatt for en lastimpuls

$$P(t) = P_0 \sin(\omega_p t)$$

som virker fra $t = 0$ til $t = t_1$ som vist i figuren. Ved $t = 0$ er tårnet i ro og i likevekt. Bevegelsen skjer i papirplanet.

- Still opp differensiallikningen som beskriver bevegelsen til systemet når lasten $P(t)$ virker, dvs i fase 1 ($t < t_1$).
- Finn et analytisk uttrykk for $u(t)$ som beskriver bevegelsen når lasten virker ved å løse differensiallikningen for fase 1.
- Anta at $t_1 < 0.25T$, der T er den naturlige perioden for systemet, slik at teori for kort impuls kan benyttes. Da kan forskyvningene ved $t = t_1$ neglisjeres, dvs $u(t_1) = 0$. Finn et uttrykk for den frie svingningen ved å benytte teori for kort impuls.

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 3 (vekt 25%)

En stiv og homogen stav med total masse m har en punktmasse M i enden og er festet til underlaget med et friksjonfritt ledd, en fjær og en demper som figuren viser. Vi antar plan bevegelse og ser bort fra tyngdekraften.

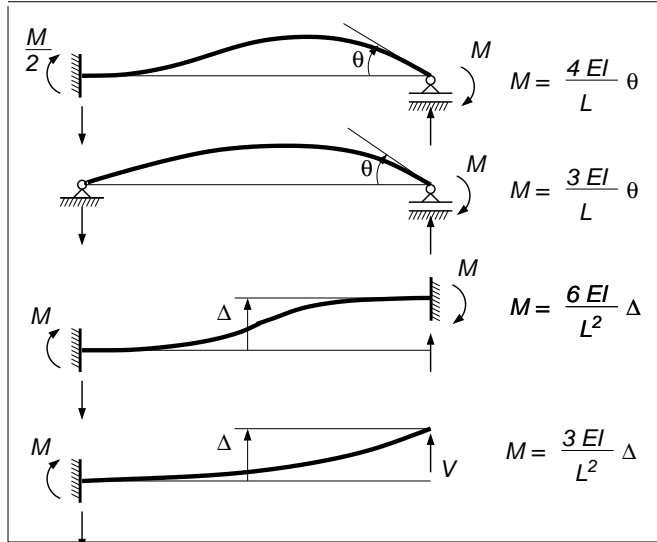
- Still opp den dynamiske likevektslikningen for systemet ved å benytte virtuelt arbeids prinsipp.
- Beregn kritisk verdi for dempningen c .

SLUTT

(Fortsettes på side 4.)

VEDLEGG.

Endemomenter
for bjelker med konstant bøystivhet EI og lengde L



NB. Momentpiler er vist i den retning momentene virker

Treghtskrefter for en stiv stav med lengde L
og total masse m

