Kapittel 9
Anvendelse på strukturer

Forelesningsnotater i MEK 4520 Bruddmekanikk

Hans A. Bratfos

Lærebok: T.L. Anderson, Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, 3rd edition.

Lineærelastisk bruddmekanikk (Kap. 9.1)

Lineærelastisk bruddmekanikk (LEFM) gir oss gode verktøy for å analysere brudd, men med den begrensning at det ikke inntreffer betydelig plastisering av komponenten. LEFM har inidlertid interesse utover dette som del-løsninger i den elastisk-plastiske bruddmekanikken (EPFM). I den sammenhengen er det primært løsninger basert på spenningsintensitetsfaktoren som har praktisk interesse.

Spenningsintensitetsfaktoren er i sin enkleste generelle form gitt som:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

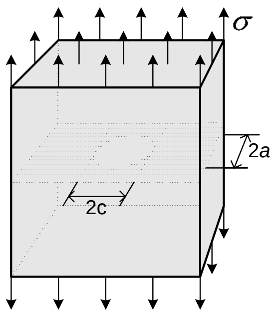
hvor *Y* er en geometrisk funksjon, σ er pålagt spenning og *a* er sprekkstørrelse.

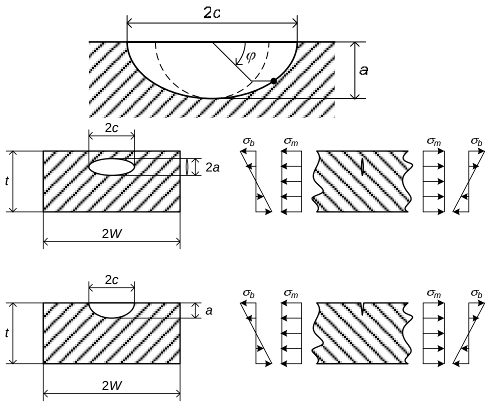
Mye av utfordringen ved å anvende LEFM ligger i å bestemmelse og kanskje kunne tilpasse *Y* for den aktuelle geometriske konfigurasjon.

Det finnes kompendier med samling av *Y*-faktorer for store mengder av geometrier. I dagens standarder for bruddmekaniske analysere er det oppgitt gode løsninger anvendelige på de aller fleste problemstillinger. Spesielt å nevne er Newman og Raju's løsninger for elliptiske og halv-elliptiske sprekker i plater og sylindere. Newman og Raju benyttet seg av FE-anayser og tilpasset matematiske uttrykk til løsningene. Dette ble publisert i riktig tid i forhold til det store inntoget av datamaskiner som personlig verktøy på 1980-tallet. Løsningene ble også populære fordi man nå fikk praktiske verktøy for å analysere tre-dimensjonale konfigurasjoner, dvs. at både dybde og lengde av sprekkene kunne tas hensyn til.

Spenningsintensitetsfaktorer for delvis gjennomgående sprekker (Newman og Raju):

Newman og Raju benyttet seg av FE-anayser og tilpasset matematiske uttrykk til løsningene. Dette ble publisert i riktig tid i forhold til at datamaskiner ble vanlig som personlig verktøy på 1980-tallet. Løsningene ble også populære fordi man nå fikk praktiske verktøy for å analysere tre-dimensjonale konfigurasjoner, dvs. at både dybde og lengde av sprekkene kunne tas hensyn til.





Newman og Raju uttrykker sine løsninger som en kombinasjon av en membran- og en bøye-løsning (ref. superposisjonsprinsippet) følgende form:

$$K_I = (\sigma_m + H\sigma_b)F\sqrt{\frac{\pi a}{Q}}$$

hvor

σ_m = Membranspenning (dvs. spenning som er uniform gjennom tykkelsen)

σ_b = Bøyespenning (varierer fra $+\sigma_b$ til $-\sigma_b$ gjennom tykkelsen)

Q = Løsningen for en elliptisk sprekk i et uendelig legeme med uniform spenning (dvs. at $Y=1/\sqrt{Q}$ og $F=H=0$).

F = Korreksjon for ytre overflater (platetykkelse, bredde etc) ved ren membran-spenning (dvs. at $Y=F/\sqrt{Q}$ og $H=0$).

H = Korreksjon for ytre overflater utover F ved ren bøyespenning (dvs. at $Y=HF/\sqrt{Q}$).

En approksimativ løsning for Q er:

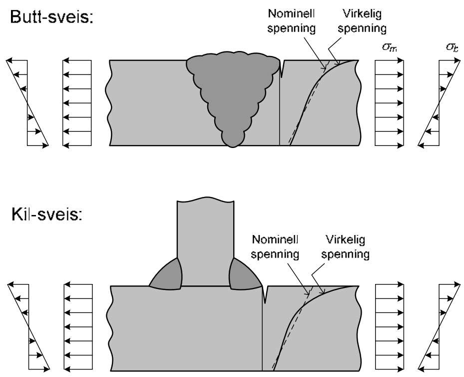
$$Q = 1 + 1.464\left(\frac{a}{c}\right)^{1.65} \quad \text{for} \quad a \le c$$

Uttrykk for Q, F og H er gjengitt for en rekke konfigurasjoner i T.L. Anderson, Appendix 9.

Legg merke til vinkelen φ på foregående figurer som definerer hvilket punkt på sprekk-fronten man betrakter. Normalt vil man gjennomføre beregninger både for φ=0 (ved overflaten) og $\varphi=\pi/2$ (dypeste punkt) og velge det mest konservative utfallet.

Spenningskonsentrasjoner (ref kap. 9.4.5)

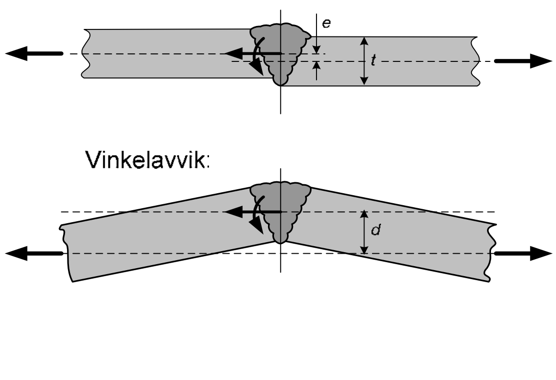
Newman og Raju analyserte ideelle plater og sylindre. I tillegg har man ofte spenningskonsentrasjoner. En viktig type er den geometriske påvikningen fra sveiser. For å ta hensyn til disse modifiseres Newman og Raju's yttrykk til:



$$K_I = \left(M_{km}\sigma_m + M_{kb}H\sigma_b\right)F\sqrt{\frac{\pi a}{Q}}$$

Man har altså innført "M_k-faktorene" for henholdsvis membran og bøy. Disse tilsvarer sveisens spenningskonsetrasjon ved sveisetåen når sprekken er liten (a=0) og avtar mot 1 med økende sprekkdybde.

En annen viktig form for spenningskonsentrasjoner er fluktavvik og vinkelavvik. Dette er geometriske effekter er knyttet til membranspenningen, men som gir et tillegg til bøyespenningen. Avvikene medfører at de ytre lastene påføres sveisen utenfor nøytralplanet for sveisen, og dermed gir opphav til et moment, dvs. et tillegg til bøyespenningen. For fluktavvik får vi



$$\sigma_b^{fluktavvik} = \frac{6e}{t}\sigma_m$$

som må legges til den nominelt pålagte bøyespenningen i Newman og Raju's uttrykk for K_I.

Primære og sekundære spenninger. Egenspenninger.

I EPFM er skillet mellom primære og sekundære spenninger av stor betydning, men det tas med allerede her fordi skillet påvirker hvordan en uttrykker K_I. Skillet er ikke helt veldefinert, men en regel kan være som følger:

- Primære spenninger balanseres av ytre krefter og bidrar til plastisk kollaps
- Sekundære spenninger er selvbalanserende og bidrar ikke til plastisk kollaps

En annen definisjon:

- Primære spenninger har opphav i krefter under lastkontroll
- Sekundære spenninger har opphav i krefter under forskyvningskontroll

De to definisjonene kan være vanskelig å tolke i en del tilfeller. For eksempel er spenninger fra flukt- og vinkelavvik diskutable. Ved pålastning og flytning vil platefeltet rette seg ut slik at momentet avtar. Det er imidlertid blitt en vanlig konservativ praksis å anta et alle spenninger er primære, men med to viktige unntak:

- Sveisespenninger, dvs. egenspenninger som bygges opp i sveiser når de avkjøles fra smeltetemperatur til romtemperatur etter sveisingen.
- Termiske spenninger som oppstår som følge av temperaturgradienter i komponenter under oppvarming/nedkjøling eller ulik brukstemperatur på to sider.

Ved beregning av K_I skal man ta med både primære og sekundære spenninger. T.L. Anderson har valgt uttrykke dette som

$$K_I = K_I^P + K_I^S + K_I^R$$

Der ”*P*” står for ”primær”, ”*S*” for ”sekundær og ”*R*” for ”residual” (egenspenninger). Egenspenninger er også sekundære spenninger. Men for sveiste konstruksjoner er egenspenninger i form av sveisespenninger spesielt viktige.

Hvor store sveisespenningene blir og hvordan de fordeler seg i tverrsnittet er komplekst og uoversiktlig. Men målinger har vist at man ofte får spenninger opp imot materialets flytegrense. En vanlig brukt konservativ tommelfingerregel er derfor å anta at sveisespenningene er lik materialets flytegrense og behandles som om den var uniformt fordelt over tverrsnittet. Spenningsintensitetsfaktoren for sveisespenningene kan da beregnes i henhold til Newman og Raju’s løsning for membranspenning:

$$K_I^R = \sigma_R F \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}$$

En annen form for egenspenninger oppstår ved kalddeformasjon. En komponent som belastes slik at det oppstår flytning i deler av tverrsnittet vil tilføres egenspenninger ved påfølgende avlastning. Dette kan også utnyttes på en positiv måte: Ved å pålaste en komonent uniformt reduserer man egenspenningene. I enkelte tilfeller kan man oppnå spesielt gunstige effekter ved at egenspenningene blir i trykk der man forventer defekter.

En vanlig metode for å redusere egenspenninger er varmebehandling. For sveiser er det ikke uvanlig å varme opp sveisen for å redusere egenspenningene (Post Weld Heat Treatment, PWHT).

CTOD-design-kurven (Kap. 9.2)

CTOD-design-kurven hadde sitt gjennomslag på 1970-tallet og fikk stor betydning innen offshoreindustrien på 70- og 80-tallet. Metoden er halv-empirisk i den forstand at den er relatert til teori for LEFM for lave spenninger men er empirisk bestemt fra forsøk med brede plater i det plastiske området. La oss ta utgangspunkt i sammenhengen mellom CTOD og K_I for LEFM:

$$\delta = \frac{K_I^2}{mE'\sigma_{YS}} \qquad K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

Vi betrakter en uendelig plate med gjennomgående sprekk og uniform spenning slik at *Y*=1. Videre antar vi plan spenning; *m*=1 og *E'*=*E*. Uttrykkene kan da omformes til:

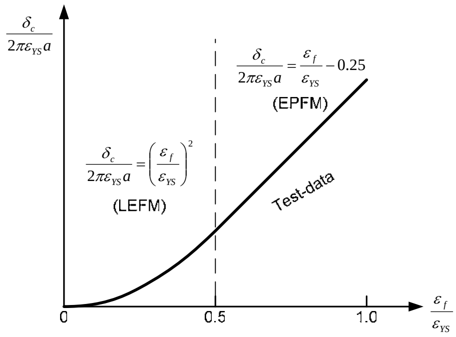
$$\frac{E\delta}{\pi\sigma_{YS}a} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{YS}}\right)^2$$

Videre innfører vi at $\sigma = E\varepsilon$ $\qquad \sigma_{YS} = E\varepsilon_{YS}$

som gir:

$$\frac{E\delta}{\pi\varepsilon_{YS}a} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{YS}}\right)^2$$

For store tøyninger, dvs. i det elastisk-plastiske området, ble det observer at venstre side i dette uttrykket var proporsjonalt med tøyningen. CTOD-designkurven ble dermed formulert som:



$$\frac{\delta_c}{2\pi\varepsilon_{YS}a} = \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{YS}}\right)^2 \qquad \text{for} \quad \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{YS}} \le 0.5$$

$$\frac{\delta_c}{2\pi\varepsilon_{YS}a} = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{YS}} - 0.25 \qquad \text{for} \quad \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{YS}} > 0.5$$

hvor ε_f er tøyningen ved brudd (”fracture”) og δ_c er materialets bruddseighet. Vi ser at det er innført en sikkerhetsfaktor 2 i nevneren på venstre side i uttrykket.

CTOD-design-kurven er altså i utgangspunktet tøynings-basert. For å kunne operere spenningsbasert på en enkel måte innførte man en praksis med å erstatte ε_f med følgende konservative uttrykk:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[k_t\left(P_m + P_b\right) + \left(S + R\right)\right]$$

hvor:

k_t =	elastisk spenningsintensitetsfaktor
P_m =	primær membranspenning
P_b =	primær bøyespenning
S =	sekundærspenning
R =	egenspenning (”residual stress”)

Legg merke til at P her angir spenning, ikke last. Denne notasjonen benyttes også andre steder i dette kapittelet.

Elastisk-plastisk J-analyse (Kap. 9.3)

EPRI-metoden:

EPRI utviklet et konkurrerende konsept til CTOD-designkurven basert på *J*. De tok utgangspunkt i spenningsfeltet foran sprekkspissen uttrykt av HRR-feltet:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0\left(\frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_n r}\right)^{\frac{1}{n+1}}\tilde{\sigma}_{ij}\left(n,\theta\right)$$

Vi innfører at $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ og løser for *J*:

$$J = \alpha\varepsilon_0\sigma_0 I_n r\left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}\right)^{n+1}\tilde{\sigma}^{-(n+1))}\left(n,\theta\right)$$

Dette uttrykket må dimensjonmessig være i overensstemmelse med det uttrykket vi vil frem. Vi antar at lokale spenninger må være proporsjonale med ytre last *P*, og setter

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} = \frac{P}{P_0}$$

der P_0 er er en referanselast. Vi kan postulere at σ_0 er lik flytegrensen σ_{YS}. P_0 tolkes da som lasten som gir gjennomgående flytning, dvs. $\sigma = \pm\sigma_{YS}$ gjennom hele tverrsnittet.

Videre velger vi å erstatte de dimensjonsløse parametrene som er funksjon av *n* i en ny parameter *h* og erstatter *r* med en fritt valgt karakteristisk lengde *L*:

$$J = \alpha\varepsilon_0\sigma_0 hL\left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1}$$

Dette uttrykket relaterer seg til full plastisitet, og blir tolket som den plastiske andelen av den totale *J*. Den komplette løsning ble derfor formulert som:

$$J = J_{el} + J_{pl}$$

med:

$$J_{el} = \frac{K_I^2}{E'} \qquad J_{pl} = \alpha\varepsilon_0\sigma_0 bh_1(a/W, n)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1}$$

Vi ser her at *L* er erstattet med restligamentet *b*. *h* er gitt en indeks 1 for å skille mellom andre anvendelser av bokstaven i EPRI's håndbok. Med en valgt løsning for grenselasten P_0 kan man v.h.a FE-analyser bestemme h_1 som funksjon av sprekkstørrelse og *n*.

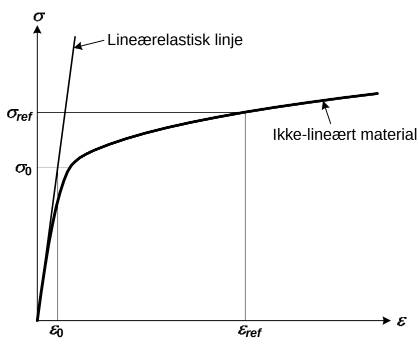
Det var EPRI's visjon å utarbeide et omfattende kompendium med slike *h*-løsninger på lik linje med hva man hadde for K_I-løsninger. Det ble imidlertid med at kun noen få geometrier benyttet for bruddmekanisk prøving ble publisert. Disse er delvis gjengitt i appendiks til kapittel 9.

Reference Stress -metoden:

Reference Stress –metoden ble utviklet av Ainsworth og danner grunnlaget for de mest anvendte metodene i bruk i dag. Strip-yield-modellen var velegnet for materialer med lav fastning. Ainsworth ønsket en metode som kompletterte strip-yield-modellen for materialer med stor fastning. Mange materialer lar seg ikke beskrive så godt med Ramberg-Osgood-kurven slik EPRI-modellen forutsetter. Videre unngikk Aisworth EPRI-modellens begrensing med manglende h_1-løsninger.

Ainsworth innførte begreper referansespenning som han relaterte til ytre last som:

$$\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} = \frac{P}{P_0}$$



Videre postulerte han at det finnes en referansetøyning, ε_{ref}, gitt av materialets spennings-tøynings-kurve. Vi kan da erstatte (P/P_0) i EPRI-ligningen.

Videre har vi av Ramberg-Osgood-ligningen

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} + \alpha\left(\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0}\right)^n$$

Vi kan da sette inn i EPRI-modellen:

$$J_{pl} = \alpha\varepsilon_0\sigma_0 bh_1\left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1} = \varepsilon_0\sigma_0 bh_1\alpha\left(\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0}\right)^n\left(\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0}\right) = \varepsilon_0\sigma_0 bh_1\left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0}\right)\left(\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0}\right)$$

$$J_{pl} = \sigma_{ref} bh_1\left(\varepsilon_{ref} - \frac{\sigma_{ref}\varepsilon_0}{\sigma_0}\right) = \frac{\sigma_{ref}^2 bh_1}{E}\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} - 1\right)$$

Vi har dermed et uttrykk hvor parametrene fra Ramberg-Osgood-kurven er eliminert. I stedet kan vi anvende materialets spennings-tøyningskurve direkte i bestemmelsen av plastisk andel av *J*. Vider kom Ainsworth til at dersom man antar stor fastning, dvs. $h_1(n)=h_1(n=1)$, kan skrive uttrykket som:

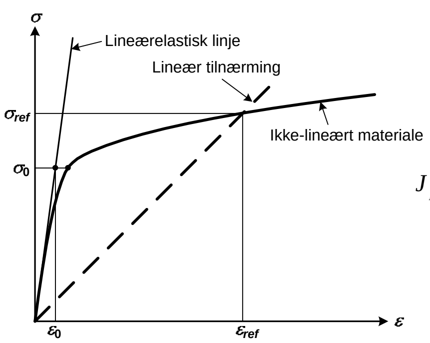
$$J_{pl} = \frac{\mu K_I^2}{E}\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} - 1\right)$$

Dermed klarte Ainsworth å knytte den geometriske effekten i det plastiske uttrykket til den lineærelastiske K_I som vi er er velforsynt med gode løsninger for. Her erstatter μ den tidligere bruken av *E'*.

T.L. Anderson viser ikke hvordan Ainsworth kom frem til denne løsningen. Vi kan imidlertid anskueliggjøre dette ved å betrakte spennings-tøynings-kurven:

La oss anta at vi har et ikke-lineært materiale og har bestemt σ_{ref} og ε_{ref}. En tilnærming til denne situasjonen er å anta at materialets spenning-tøyningskurve er lineær (som den vil være for høy fastning med n=1). Hvis vi antar monoton pålastning (ingen avlastning) vil materialet oppføre seg som et lineærelastisk materiale, men hvor materialets stivhet ikke er gitt av *E*-modulen men av helningen på kurven; $\sigma_{ref}/\varepsilon_{ref}$. Vi antar dermed at sammenhengen mellom elastisk *J* (altså *G*) er gyldig:

$$J = \frac{\mu K_I^2}{\sigma_{ref}/\varepsilon_{ref}}$$



Den plastiske andelen av *J* finnes så ved å subtrahere den lineærelastiske løsningen:

$$J_{pl} = J - J_{el} = \frac{\mu K_I^2}{\sigma_{ref}/\varepsilon_{ref}} - \frac{\mu K_I^2}{E} = \frac{\mu K_I^2}{E}\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} - 1\right)$$

som er identisk med det tidligere oppgitte uttrykket for J_{pl}.

Beregning av referansespenning (ref. kap. 9.4.4):

Referansespenningen har ikke fått en så klar definisjon som andre bruddmekaniske parametere. Ainsworth definerte referansespenningen i forhold den ytre lasten med uttrykket

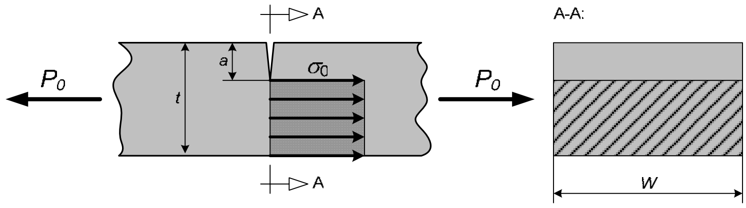
$$\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} = \frac{P}{P_0}$$

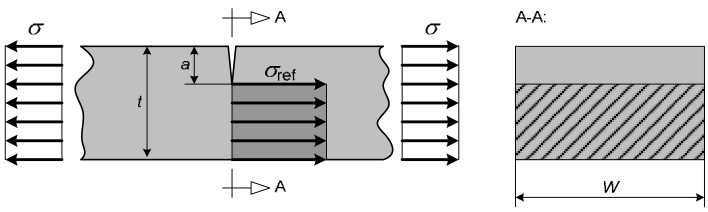
hvor P_0 ofte betegnes grenselasten. Figuren under illustrerer prinsippet når en tenker seg at spenningen i nettoligamentet fordeler seg uniformt. Lasten P har nådd grenselasten P_0 når spenningen i nettotverrsnittet er lik flytespenningen σ_0. Likevekt gir:

$$P_0 = \sigma_0 (t-a)W$$

Hvis vi innfører dette i definisjonen av σ_{ref} over samt at $P = tW\sigma$ får vi:

$$\sigma_{ref} = \frac{P}{P_0}\sigma_0 = \frac{\sigma t W}{\sigma_0 (t-a)W}\sigma_0 = \frac{t}{(t-a)}\sigma$$

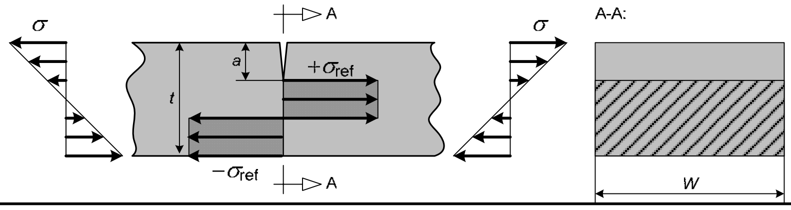




Figuren over er identisk med den forrige, men P_0 er erstattet med pålagt spenning σ og σ_0 er erstattet av referansespenningnen σ_{ref}. Likevekt her gir:

$$\sigma_{ref}(t-a)W = \sigma t W \;\Rightarrow\; \sigma_{ref} = \frac{t}{t-a}\sigma$$

Altså samme resultat. Vi kan derfor betrakte referansespenningen som spenningsnivået i nettotverrsnittet som balansere pålagte spenninger i bruttotverrsnittet. Men spennings-foredlingen i nettotverrsnittet representerer full plastisering. Ved utledelse av referansespenningen skal man følgelig anta en fordeling i nettotverrsnittet som kun innehar verdiene $+\sigma_{ref}$ eller $-\sigma_{ref}$. Dette illustreres for samme komponent utsatt for bøy:



I denne situasjonen må momentet relatert til σ_{ref} balansere momentet relatert til σ. Altså:

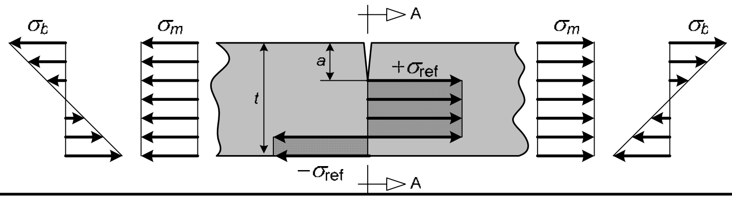
$$M_{\sigma_{ref}} = 2\times\sigma_{ref}\frac{(t-a)}{2}W\times\frac{(t-a)}{4} = \frac{(t-a)^2 W}{4}\sigma_{ref}$$

$$M_{\sigma} = 2\times\frac{1}{2}\sigma\frac{t}{2}W\times\frac{2}{3}\frac{t}{2} = \frac{t^2 W}{6}\sigma$$

Like momenter gir:

$$\frac{(t-a)^2 W}{4}\sigma_{ref} = \frac{t^2 W}{6}\sigma \Rightarrow \sigma_{ref} = \frac{2}{3}\left(\frac{t}{t-a}\right)^2\sigma$$

Vi har nå eksemplifisert å utlede referansespenningen for rem membran og for ren bøyning. Referansespenningen er imidlertid ikke additiv etter superposisjonsprinsippet. Tilfellet med en kombinasjon av membran og bøyning (se fig. under) må utledes særskilt. Samme prinsipp gjelder; referansespenningen må balansere ytre last og moment. Dette impliserer at skiftet fra positiv til negativ spenning i nettotverrsnittet ikke lenger kan være ved (*t*-*a*)/2. Dette blir mer komplekst, og blir ikke utledet her.



Merk at ved beregning av σ_{ref} tar man kun hensyn til primære spenninger. Det er i denne sammenhengen skillet mellom primære og sekundære spenninger har sin betydning.

Eksemplene foran er ganske enkle bl.a. fordi de knytter seg til enkle tverrsnitts-geometrier. Innføring mer komplekse geometrier med elliptiske og halvelliptiske sprekker kompliserer analyttiske utledninger, men prinsippene er like enkle og kan løses nummerisk. Standardene for bruddmekaniske analyser gir imidlertid ferdig løsinger for de mest interessante konfigurasjonene.

T.L. Anderson kap. 9.4.4 nevner bare så vidt prinsippet over til tross for at dette er det mest anvendte i praksis. Boken gir imidlertid en fortolkning hvor referansespenningen er proporsjonal med pålagt spenning i bruttotverrsnittet;

$$\sigma_{ref} = F\,\sigma_{nominal}$$

hvor *F* er en geometrifaktor og $\sigma_{nominal}$ er nominell pålagt spenning som gjerne kan inneholde en gitt kombinasjon av membran og bøyespenning. Boken gir videre en prosedyre for å bestemme *F* via ved hjelp av FE-analyser. Dette blir imidlertid ikke blir forelest her.

Bruddvurderingsdiagrammer (Kap. 9.4)

Bruddvurderingsdiagrammer, eller FAD ("Failure assessment Diagram"), gir en god pedagogisk fremstilling av bruddmekaniske modeller for praktisk bruk. I prinsippet kan enhver modell beskrives på dette formatet. Her skal vi imidlertid primært ta for oss det orginale konseptet basert på Strip-Yield-modellen og et J-basert konsept basert på Reference Stress modellen.

Det orginale konseptet – Strip-Yield-modellen

Vi har tidligere presentert Dugdale's Strip-Yield-modell som ble modifisert til å uttrykke en effektiv K_I som tar hensyn til utbredelsen av den plastiske sonen:

$$K_{eff} = \sigma_{YS}\sqrt{\pi a}\left[\frac{8}{\pi^2}\ln\sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Modellen gjelder for et uendelig platefelt med sentersprekk av lengde 2*a* og uniform membranspenning σ. Den tilsvarende lineærelastiske løsningen under plan spenning er

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$$

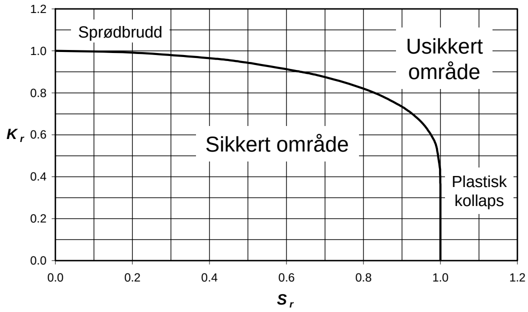
Vi innfører en parameter K_r definert som foholdet mellom den lineærelastiske K_I og og den elastisk-plastiske K_{eff}:

$$K_r \equiv \frac{K_I}{K_{eff}} = \frac{\sigma}{\sigma_{YS}}\left[\frac{8}{\pi^2}\ln\sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Vi ser av uttrykket for K_{eff} at flytegrensen fungerer som en øvre grense for spenningen. Dette har sammenheng med at Strip-Yield-modellen er utviklet for et ideal-plastisk materiale. Virkelige materialer vil imidlertid fastne når spenningen overstiger flytegrensen og har dermed kapasitet til å bli belastet høyere enn til flytning inntreffer. Midellen er derfor blitt modifisert for å kunne ta høyde for fastning ved å erstatte flytegrensen med en kritisk spenning σ_c.

Videre innfører vi en parameter S_r definert som:

$$S_r = \frac{\sigma}{\sigma_c}$$



K_r kan da skrives som:

$$K_r = S_r\left[\frac{8}{\pi^2}\ln\sec\left(\frac{\pi}{2}S_r\right)\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Sammenhengen mellom K_r og S_r er plottet i FAD-kurven til venstre. Denne kurven tolkes som den kritiske sammenhengen mellom plastisk kollaps-parameteren S_r og brudd-parameteren K_r.

Ved brudd har vi at K_{eff}=K_{mat}. (K_{mat} er kun en alternativ notasjon for materialets bruddseighet.) Vi har derfor en "pålagt" K_r som:

$$K_r = \frac{K_I}{K_{mat}}$$

Med denne definisjonen på K_r trenger man kun å "bekymre seg" over å beregne den lineærelastiske verdien K_I.

FAD-diagrammet benyttes slik at vi beregner S_r og K_r for det aktuelle tilfellet. Dette vil utgjøre ett punkt i FAD-diagrammet. Hvis punktet ligger innenfor FAD-kurven har vi en trygg situasjon. Ligger det utenfor FAD-kurven har vi en utrygg situasjon.
Dersom S_r er liten beveger vi oss langs y-aksen og har lineærelastiske forhold. Sprødbrudd oppstår da om man overskrider FAD-kurven, altså K_r>1. Dersom K_r er liten beveger vi oss langs x-aksen. Dersom S_r overstiger 1 (overstiger flytning) får vi plastisk kollaps. FAD-kurven tolkes da å angi kritiske kombinasjoner S_r og K_r mellom disse ekstremene.

Det skal bemerkes at anvendelsen av FAD-diagrammet basert å Strip-Yield-modellen gjerne benyttes også for andre geometrier enn den den ble utviklet for. Definisjonen av K_r kan anvendes uavhengig av geometri. S_r benyttes også uavhengig av geometri ved å erstatte spenningen σ med referansespenningen σ_{ref}.

J-basert FAD

Prinsippet anvendt for Strip-Yield-modellen lar seg også overføre til andre modeller. Det mest benyttede FAD-diagrammet i dag er basert på Ainsworths Reference Stress-modell. For å konstruere FAD-kurven benyttes definisjonen:

$$K_r \equiv \sqrt{J_r} \equiv \sqrt{\frac{J_{el}}{J}}$$

hvor J er gitt som (J_{el} + J_{pl}) i henhold til Reference Stress-modellen og J_{el} er som før:

$$J_{el} = \frac{K_I^2}{E}$$

Dette gir:

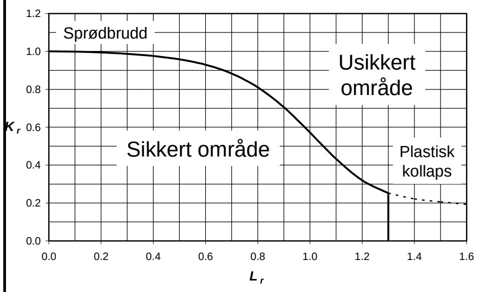
$$K_r = \left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{L_r \sigma_{YS}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Vi har her innført en ny parameter L_r (som erstatter S_r for Strip Yield-modellen) definert som:

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{YS}}$$

FAD-kurven som vanligvis benyttes er imidlertid korrigert for å inkludere korreksjon for plastisk sone for små belastninger:

$$K_r = \left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{L_r \sigma_{YS}} + \frac{L_r^3 \sigma_{YS}}{2E\varepsilon_{ref}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$



FAD-diagrammet er gitt til venstre. Leg merke til at kurven i følge modellen ikke har noen begrensning langs x-aksen. Man har imidlertid innført en begrensning i L_r som betegnes $L_{r\,max}$. Denne er gitt av

$$L_{r\max} = \frac{\sigma_{YS} + \sigma_{UTS}}{2\sigma_{YS}}$$

hvor σ_{UTS} er materialtets strekkfasthet (Ultimate Limit Stress)

Før anvendelse av diagrammet må FAD-kurven plottes for det aktuelle materialet da den er en funksjon av en materialets spennings-tøyningskurve. Deretter analyseres den aktuelle komponenten ved å bestemme L_r og dernest en ”pålagt” K_r. Vi definerer imidlertid nå K_r som:

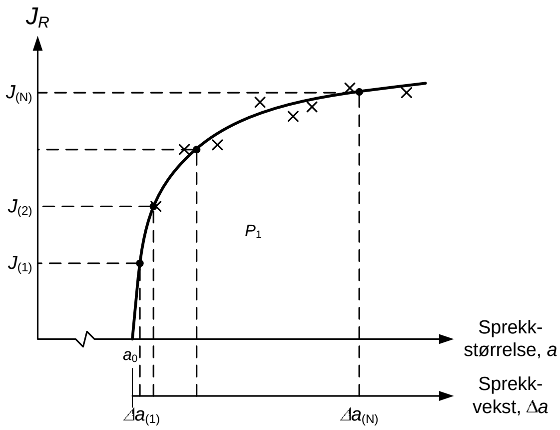
$$K_r = \frac{K_I}{K_J}$$

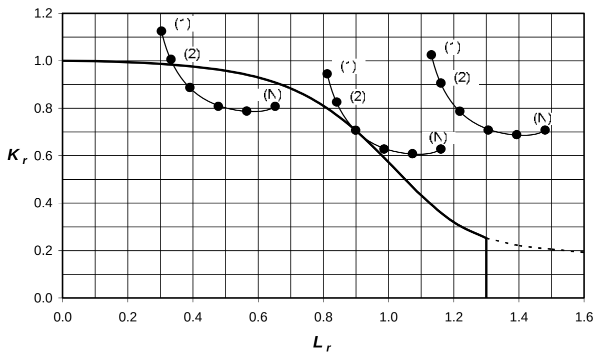
Hvor K_J er bruddseigheten uttrykt samme format som K_I gjennom uttrykket:

$$K_J = \sqrt{\frac{JE}{1-\nu^2}}$$

Duktil sprekkvekst-analyse med J-basert FAD

FAD-diagrammer er velegnet til å analysere duktil sprekkvekst (rivning) basert på materialets *J-R*-kurve. Man starter med å velge en lav J_R-verdi og tilhørende Δa fra *J-R*-kurven og beregner L_r og K_r for $a=a_0+\Delta a$. Den lave J_R-verdien tilsier at man vil havne høyt opp i FAD-diagrammet – over FAD.kurven. Dette tilsier ytterligere sprekkvekst. Man velger så en litt større J_R-verdi og tilhørende Δa som gir et punkt noe lavere og mot høyre i FAD-diagrammet.





Etter gjentatte beregner tegner det seg en kurve i FAD-diagrammet som i prinsipper kan ha tre ulike utfall:

- Beregningskurven faller under FAD-kurven. Dette tilsier at beregningslasten *P* er under den kritiske. Vi har kun stabil sprekkvekst under pålasting.
- Beregningskurven ligger i sin helhet over FAD-kurven. Dette tilsier at beregningslasten *P* er over den kritiske og medfører ustabil sprekkvekst og brudd.
- Beregningskurven tangerer FAD-kurven. Beregningslasten *P* har da sin kritiske verdi, altså på grensen mellom hva som gir stabil og ustabil sprekkvekst.