

## Kapittel 10 Utmattings-sprekkvekst

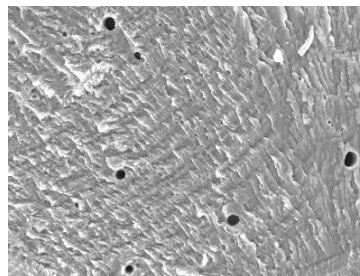
Forelesningsnotater i MEK 4520 Bruddmekanikk

Hans A. Bratfos

Lærebok: T.L. Anderson, Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, 3rd edition.

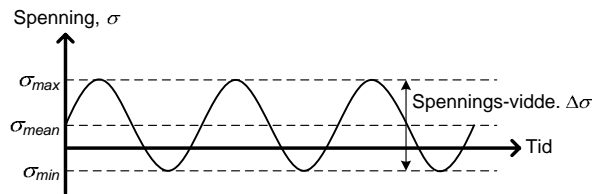
### Utmattingsbrudd (Kap. 10.1)

- **Utmattingsbrudd** er en av de hyppigst forekommende feilmekanismene i konstruksjoner, og utgjør dermed en betydelig kostnad for samfunnet.
- Bruddet utvikler seg gradvis over tid som følge av gjentatte lastvekslinger. Disse lastvekslingene ligger normalt langt under bruddlasten.
- Hver lastsykel gir en mikroskopisk sprekktilvekst som over tid akkumuleres til flere millimeter. De individuelle tilvekstene er synlige i mikroskop som havbølge-lignende mønster og kalles "striasjoner" (se fig.).
- Når utmattingssprekken blir tilstrekkelig stor ender det med et ustabil brudd; "restbrudd".



Fatigue Fracture in Stainless Steel, Mag: 2,000X

Syklisk belastning:



Utmatting er primært avhenging av spenningsvidden lokalt (dvs. inkludert spenningskonsentrasjoner):

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

Alternativt kan spenningen angis som amplitude:

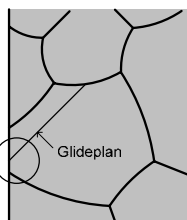
$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2}$$

Sekundært avhenger utmatting også av middelspenningen,  $\sigma_{\text{mean}}$ . Dette uttrykkes også gjennom spenningsforholdet  $R$ :

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

### Initiering:

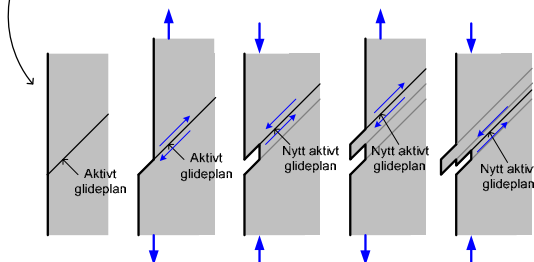
Første stadium i en utmattingsprosess er **initiering**. I denne fasen dannes utmattingssprekken ved at det oppstår mikroskopisk flytning langs prefererte glideplan i metallens korn – helst der hvor glideplanet sammenfaller med plan med høy skjærspenning. Hver spenningsendring medfører mikroskopisk flytning langs et glideplan i metallkrystallet. Det aktiveres stadig nye glideplan, som medfører en noe tilfeldig



dannelse av "lepper" (eng: intrusions and extrusions). Etter en tid vil dette arte seg som mikroskopiske sprekke-lignende defekter.

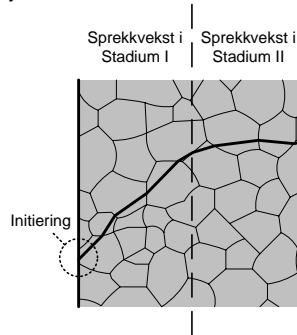
Når initieringen starter ved en plan overflate vil dette ta lang tid og utgjøre det meste av komponentens levetid.

Når initieringen foregår ved en skarp defekt kan den lokale spenningsvidden bli ekstrem, og initieringen går raskt. Den videre sprekkevæksten vil da utgjøre den vesentligste del av levetiden.



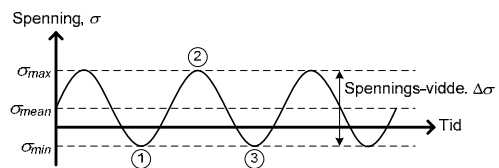
### Sprekkvekst i Stadium I:

Etter initiering vil sprekken fortsette å vokse langs de prefererte glideplanene med høy skjærspenning, altså typisk  $45^\circ$  på overflaten. Dette blir referert til som Stadium I. og foregår gjennom et fåtall krystallkorn.

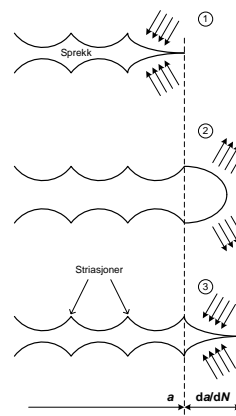


### Sprekkvekst i Stadium II:

Etter å ha vokst i Stadium I gjennom et fåtall krystallkorn dreier vekstretningen til  $90^\circ$  på største hovedspenning. Sprekkveksten er da i Stadium II. Mekanismen for dette stadiet er vist under:



1. Minimum belastning: Sprekken er lukket med skarp sprekkspiss
2. Maksimum belastning: Sprekken er åpen med et spenningsfelt ved sprekkspissen i strekk. Spenningsfeltet medfører stor plastisk deformasjon ved sprekkspissen som avrundes ("blunting"). Avrundingen impliserer at sprekken vokser et inkrement innover i materialet.
3. Minimum belastning: Sprekken er igjen lukket. Et spenningsfelt i trykk ved sprekkspissen har fått avrundingen til å "knekke" innover. Dermed er sprekkspissen igjen blitt skarp og tilveksten er beholdt.



Som illustrasjonen antyder forklarer denne modellen hvordan striasjonene oppstår.

I Stadium II kan man karakterisere sprekkveksthastigheten ved bruddmekaniske modeller, gjerne på formen:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R)$$

hvor  $\Delta K$  er karakteriserer variasjon i spenningsintensitetsfaktor (vidden) ved sprekkspissen:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$$

og  $R$  er spenningsforholdet som nå defineres som:

$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$

Med

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

ser vi at denne definisjonen av  $R$  egentlig er identisk med definisjonen  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ . Vi ser også at  $\Delta K$  kan skrives som:

$$\Delta K = Y \Delta\sigma \sqrt{\pi a}$$

Ved utmattingsanalyser må sprekkvekstligningen integreres for å regne ut antall spenningsvekslinger til brudd. Dette gjøres vanligvis ved en numerisk integrasjon av uttrykket:

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)}$$

hvor  $a_0$  er den opprinnelige sprekkstørrelsen og  $a_f$  er den endelige (final) sprekkstørrelsen. Restbrudd inntreffer hvis  $a_f$  overstiger kritisk sprekkstørrelse for ustabil brudd.

## Empiriske sprekkvekstligninger (Kap. 10.2)

Sprekkvekst-diagrammet under viser hvordan sprekkveksthastigheten typisk avhenger av  $\Delta K$ . Det deles inn i tre soner: I den midtre sonen (sone II) observeres at sprekkvekstmålinger faller på en rett linje når dataene plottes på logaritmiske akser. Dette ble observert av Paris som dermed formulerte

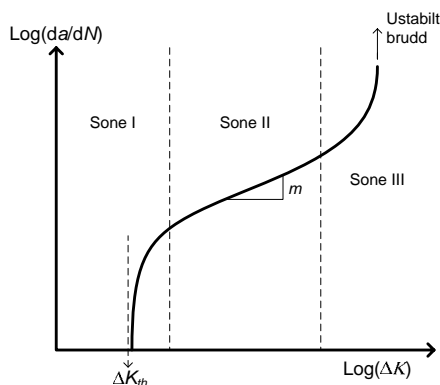
Paris' ligning som

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m$$

hvor  $C$  og  $m$  betraktes som material-konstanter.  $C$  og  $m$  varierer imidlertid ikke så mye innenfor en og samme type metall. Standarder for bruddmekaniske analyser angir derfor designverdier for eksempel for stål og aluminium. Typisk verdi for  $m$  er 3 eller noe høyere.

I den venstre sonen (sone I) bøyer kurven av og ser ut til å gå asymptotisk mot en nedre grense for  $\Delta K$ ; terskelverdien  $\Delta K_{th}$ . For  $\Delta K$ -verdier under  $\Delta K_{th}$  får vi ingen sprekkvekst.

I den høyre sonen (sone III) bøyer kurven av oppover. Dette er resultatet av at vi nærmer oss en tilstand hvor  $K_{\max}$  ligger nær den kritiske verdien for ustabil brudd,  $K_c$ . Vi har da et slags blanding av utmatting og kløvningsbrudd.



Mens Paris' ligning kun er gyldig for sone II finnes det andre empiriske ligninger som også reflekterer sone I og /eller III. Foreman modifiserte Paris' ligning for å inkludere sone III som følger:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R)K_c - \Delta K}$$

Klesnil og Lukas modifiserte Paris' ligning for å inkludere sone I:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K^m - \Delta K_{th}^m)$$

(Flere eksempler i boka.)

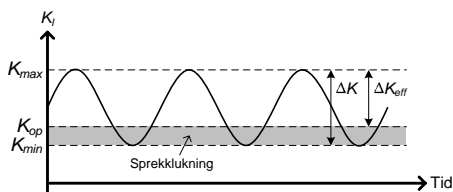
I praktisk bruk er Paris' ligning den dominerende. Det er imidlertid vanlig å anta i tillegg at  $da/dN = 0$  når  $\Delta K \leq \Delta K_{th}$ .

Videre kan man ved integrasjonen av Paris' ligning anta at den endelige sprekkstørrelsen er lik den kritiske sprekkstørrelsen  $a_c$  for ustabil brudd som kan beregnes basert på  $K_{Ic}$ ,  $J_c$  eller  $\delta_c$  i følge tidligere kapitler.

(Man ser av Paris' ligning og uttrykket for  $\Delta K$  at sprekkveksthastigheten øker eksponentielt med sprekkstørrelsen. Følgelig vil sprekkveksthastigheten bli svært høy mot slutten, og de siste millimeterne vil ofte utgjøre en veldig liten andel av den totale tiden til brudd. Det er derfor vanlig å forenkle analysen ved å sette  $a_r$  lik komponentens tykkelse og dermed slippe å beregne ustabil brudd.

## Sprekklukningsmodellen (Kap. 10.3 og 10.4)

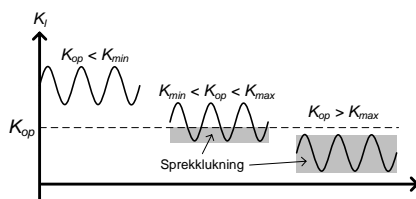
En noe mer teoretisk fundert modell for å beskrive oppførselen i sone I og effekten av  $R$  er sprekklukningsmodellen utviklet av Elber. Her antas at sprekken lukkes når  $K_I$  er under en verdi  $K_{op}$  (opening). Den effektive andelen av spenningsvidden blir da når  $K_I$  er større enn  $K_{op}$ . Følgelig:



$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$$

Videre antas at en sprekkvekstligning på samme form som Paris' ligning gjelder:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eff}^m$$

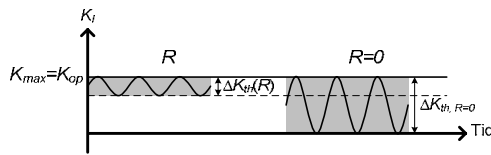


Hvis vi også tar med oss tilfellene der hele  $K$ -vidden ligger over  $K_{op}$  og hele  $K$ -vidden en ligger under  $K_{op}$  får vi mer generelt:

$$\begin{aligned} \Delta K_{eff} &= K_{max} - K_{min} && \text{for } K_{op} \leq K_{min} \\ \Delta K_{eff} &= K_{max} - K_{op} && \text{for } K_{min} \leq K_{op} \leq K_{max} \\ \Delta K_{eff} &= 0 && \text{for } K_{op} > K_{max} \end{aligned}$$

$K_{op}$  er ikke en parameter som normalt blir rapportert. Vi ser imidlertid at om  $K_{min}=0$  og  $K_{max}=K_{op}$  har vi full lukning under hele syklusen. Altså har vi at  $K_{op}=\Delta K_{th,R=0}$ . Videre har vi  $R=K_{min}/K_{max}$  og  $\Delta K=K_{max}-K_{min}$ . Vi kan da uttrykke effektiv  $K$ -vidde som:

$$\begin{aligned} \Delta K_{eff} &= \Delta K && \text{for } \frac{\Delta K}{(1-R)} \geq \frac{1}{R} \Delta K_{th,R=0} \\ \Delta K_{eff} &= \frac{\Delta K}{(1-R)} - \Delta K_{th,R=0} && \text{for } \Delta K_{th,R=0} \leq \frac{\Delta K}{(1-R)} \leq \frac{1}{R} \Delta K_{th,R=0} \\ \Delta K_{eff} &= 0 && \text{for } \frac{\Delta K}{(1-R)} \leq \Delta K_{th,R=0} \end{aligned}$$



Sammenhengen mellom  $\Delta K_{th}$ , ved andre  $R$  og  $\Delta K_{th,R=0}$  er gitt av at ved terskelverdien er  $K_{max}=\Delta K_{th,R=0}$  og  $K_{min}=\Delta K_{th,R=0}-\Delta K$ . Vi får da:

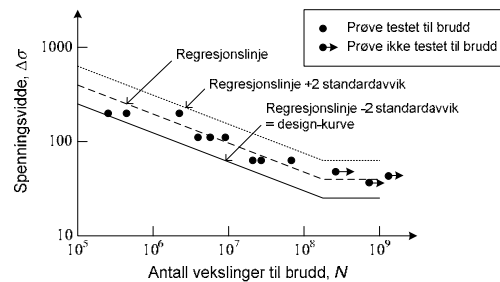
$$R = \frac{\Delta K_{th,R=0} - \Delta K}{\Delta K_{th,R=0}}$$

som gir:

$$\Delta K = \frac{1}{1+R} \Delta K_{th,R=0}$$

## Wöhler-diagram (Ikke pensum)

Den vanligste metodikken for å konstruere mot utmatting er bruk av Wöhler-diagram, eller "S-N-diagram" (stress vs.  $\underline{n}$ . of cycles). Derfor er det viktig å kjenne til dette, selv om det ikke faller innunder bruddmekanikken. Wöhler utførte tester på prøvestaver med syklisk varierende last og plottet spenningsvidden  $\Delta\sigma$  mot antall lastsykler  $N$ . Disse ble så benyttet til å bestemme maksimalt tillatt spenningsvidde for en komponent avhengig av hvor mange vekslinger den ville bli utsatt for.



Wöhler-diagrammer plottes vanligvis med logaritmiske akser. Da vil prøveresultatene for høye spenningsvidder ligge på en rett linje som kan bestemmes med lineær regresjon. For lave spenningsvekslinger ser det ut til at man ikke oppnår brudd. Man er da under "terskelverdien"  $\Delta\sigma_{th}$ .

Dataene vil vise en god del statistisk spredning. Derfor er det vanlig å legge en "design-kurve" to standardavvik til venstre for regresjonslinjen.