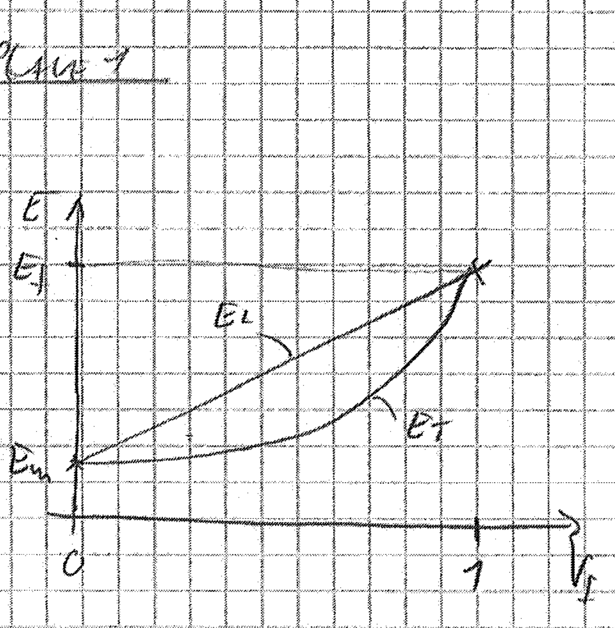
OPPGAVE 1

a)



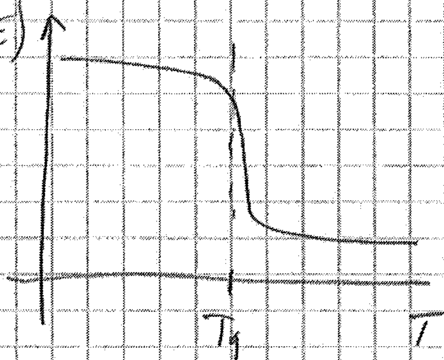
E_f = 230-400 GPa

E_m = 3-4 GPa

b)

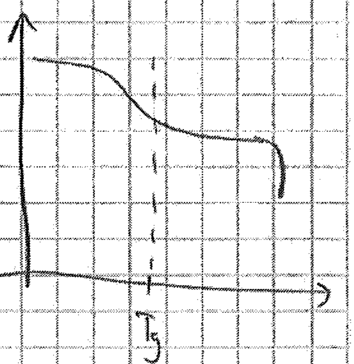
Ved glassovergangstemperaturen endres mobiliteten til molekylkjedene med en påfølgende nær momentan endring i stivheten

Amorf termoplast



Semikrystallinsk termoplast

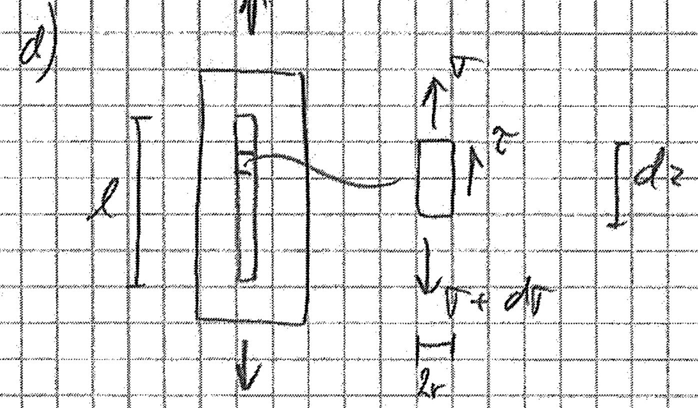
Herdeplast



c) Produksjonsmetoder

Se forelesningsnotater

d)



$$\sigma \pi r^2 + \tau 2\pi r dz = (\sigma + d\sigma)\pi r^2$$

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{2\tau}{r}$$

$$\sigma(z) = \int_0^z \frac{2\tau}{r} dz + \sigma(0)$$

$$\sigma(z) = \frac{2\tau}{r} z + \sigma_{f_0}$$

der σ_{f_0} er spenningen i enden av fiberen. Denne kan antas å være liten så $\sigma_{f_0} = 0$

Maksimal spenning finnes på midten av fiberen, ved $z = \frac{l}{2}$

$$\sigma\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{\tau l}{r}$$

Denne er begrenset av spenningen i en uendelig lang fiber som er gitt ved $(\varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_m)$

$$\frac{(\sigma_f)_{max}}{E_f} = \frac{\sigma_c}{E_c} \Rightarrow (\sigma_f)_{max} = E_f \frac{\sigma_c}{E_c}$$

Lastoverføringslengden er den minste lengden fiberen må ha for å oppnå samme spenning som en uendelig lang fiber.

Oppgave 2

$E_L = 130000$ MPa

$E_T = 9000$ MPa

$G_{LT} = 5000$ MPa

$\nu_{LT} = 0.4$

a) Komplians-matrise

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \qquad \text{Vet at } \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{130} & -\frac{0.4}{130} & 0 \\ -\frac{0.4}{130} & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.69 & -3.08 & 0 \\ -3.08 & 111 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \ GPa^{-1}$$

b) Stivhetsmatrise

$$[Q] = [S]^{-1} = \begin{bmatrix} 132 & 3.64 & 0 \\ 3.64 & 9.10 & 0 \\ 0 & 0 & 5.00 \end{bmatrix} \times 10^{2} \ GPa$$

b) SPENNINGER OG TØYNINGER I L-T-systemet for $\theta = 30°$

$\varepsilon_x = 2000 \times 10^{-6}$

$\varepsilon_y = -500 \times 10^{-6}$

$\gamma_{xy} = 1000 \times 10^{-6}$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

$c = \cos 30° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $c^2 = \frac{3}{4}$

$s = \sin 30° = \frac{1}{2}$, $s^2 = \frac{1}{4}$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} 2000 \\ -500 \\ 5000 \end{bmatrix} \times 10^{-6} = \begin{bmatrix} 1808{,}1 \\ -308{,}1 \\ -832.5 \end{bmatrix}$$

$$): \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1808 \\ -308 \\ -1665 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

Spenningen i LT systemet

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 104 \\ 27.5 \\ -13.8 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

c) BEREGNE A-MATRISEN OG SNITTKREFTER

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \left[\bar{Q}_{ij}\right]_k (h_k - h_{k-1})$$

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q'] [T]$$ der $Q'_{66} = 2Q_{66}$

$$[\bar{Q}]_{30} = \begin{bmatrix} 79.6 & 24.8 & 38.8 \\ 24.8 & 18.4 & 14.2 \\ 38.8 & 14.2 & 52.5 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$[\bar{Q}]_{-30} = \begin{bmatrix} 79.6 & 24.8 & -38.8 \\ 24.8 & 18.4 & -14.2 \\ -38.8 & -14.2 & 26.2 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$A = [\bar{Q}]_{30} \cdot 1\text{mm} + [\bar{Q}]_{-30} \cdot 1\text{mm}$$

$$= \begin{bmatrix} 159 & 49.8 & 0 \\ 49.8 & 36.9 & 0 \\ 0 & 0 & 52.5 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ MPa mm}$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} 2000 \\ -500 \\ 1000 \end{bmatrix} \times 10^{-6} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 134 \\ 31.3 \\ 52.5 \end{bmatrix} \text{ N/m}}}$$

Oppgave 3

DEL A

(a)

- Brudd eller flyt i skall (strekk eller trykk)
- Global knekning, vanligvis med både skjær og bøyning. Kan nærme seg "shear crimping" eller knekning med kun bøyning dersom bjelken (søylen) er ekstremt kort/tykk eller lang/tynn.
- Lokal knekning – "wrinkling" eller "dimpling" i skall.
- Lokalt brudd eller flyt under punktlaster eller i sammenføyninger.

(b)

Man må ta hensyn til hver av disse feilmekanismer ved å estimere en bruddlast (ved analyse og/eller prøving) og sammenligne med den påførte lasten. Trenger også en eller flere sikkerhetsfaktorer for å ta hensyn til usikkerhet i

- den påførte lasten
- materialegenskapene
- avvik av dimensjoner fra de ideelle.
- modellerings-/beregningsprosessen

osv.

DEL B

(a) Bøyestivhet D er forholdet mellom bøyemoment og krumning fra bøyning. Innenfor små forskyvninger er

$$D = (-)\frac{M_x}{\frac{d^2 w_b}{dx^2}}$$

w_b = forskyvning forårsaket av bøyning.

M_x = bøyemoment / breddeenhet.

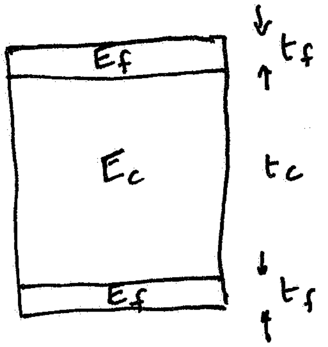
Skjærstivhet S er forholdet mellom skjærkraft og skjærdeformasjon målt som gjennomsnittlig skjærtøyning over tverrsnittet. Dersom det ikke er bidrag fra i-plan skjærdeformasjon kan vi skrive

$$S = \frac{T_x}{dw_s/dx}$$

w_s = forskyvning forårsaket av skjær.

T_x = skjærkraft / breddeenhet.

(b)



Bruk "parallell axes theorem" (Steiners regel):

$$D = \frac{1}{12} E_c t_c^3 + 2\left\{ \frac{1}{12} E_f t_f^3 + E_f t_f \left(\frac{t_c + t_f}{2}\right)^2 \right\}$$

kjerne — skall (om egen akse) — skall - ekstra fra flytting av akse.

$$D = \frac{1}{12} E_c t_c^3 + \frac{1}{6} E_f t_f^3 + \frac{1}{2} E_f t_f d^2, \quad d = t_c + t_f$$

$$= D_c + 2D_f + D_o$$

(c) Hvis $t_c \gg t_f$ så er også $d \gg d_f$ og $\frac{1}{2}d^2 \gg \frac{1}{6}t_f^2$.

Da er $2D_f \ll D_o$ og D_f kan neglisjeres.

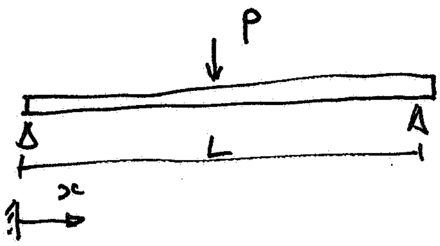
Hvis $t_c \gg t_f$ så er $t_c \simeq d$.

Hvis $E_c t_c \ll E_f t_f$ så er $\frac{1}{12} E_c t_c \ll \frac{1}{2} E_f t_f$.

Da er $D_c \ll D_o$ og D_c kan neglisjeres.

Da har vi $\underline{D \simeq D_o = \frac{1}{2} E_f t_f d^2}$

DEL C



Partielle forskyvninger:

$$w = w_b + w_s$$

fra bøyning fra skjærdeformasjon

For $x \le L/2$, $\quad M = -D_b\, w_b'' = \frac{P}{2}x$

$$-D_b w_b' = \frac{P}{4}x^2 + A \qquad A = \text{konst.}$$

$$-D_b w_b = \frac{P}{12}x^3 + Ax + B$$

$w_b = 0$ ved $x = 0 \rightarrow B = 0$

$w_b' = 0$ ved $x = L/2 \rightarrow 0 = \frac{PL^2}{16} + A$ (ved bruk av symmetry)

$$A = -PL^2/16$$

$$w_b = \frac{1}{D_b}\left\{\frac{PL^2}{16}x - \frac{P}{12}x^3\right\}$$

Ved $x = L/2$ $\quad \delta_b = w_b = \frac{1}{D_b}\left\{\frac{PL^3}{32} - \frac{PL^3}{96}\right\} = \frac{1}{48}\frac{PL^3}{D_b}$

Skjærdeformasjon:

For $x \le L/2$, $\quad T_x = \frac{P}{2b} = S\frac{dw_s}{dx}$

$$S w_s = \frac{P}{2b}x + C$$

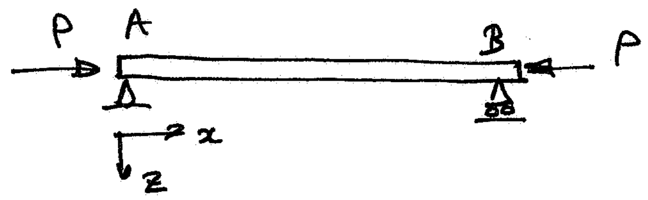
$w_s = 0$ ved $x = 0 \rightarrow C = 0$

Ved $x = L/2$: $\quad \delta_s = w_s = \frac{P}{2b}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{1}{S} = \frac{PL}{4Sb}$

$$\delta = \delta_b + \delta_s = \frac{1}{48}\frac{PL^3}{D_b} + \frac{PL}{4Sb}$$

$$= \frac{PL^3}{48D_b}\left\{1 + \frac{12D}{SL^2}\right\}$$

DEL D



(a) Partielle forskyvninger: $w = w_b + w_s$

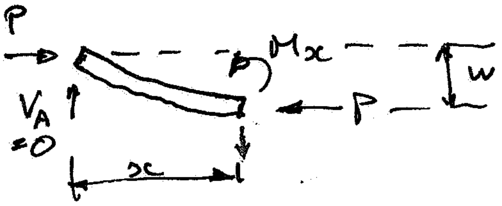
Da er $\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{d^2w_b}{dx^2} + \frac{d^2w_s}{dx^2}$

Fra DEL B(a) har vi $\frac{d^2w_b}{dx^2} = -\frac{M_x}{D}$ og $\frac{dw_s}{dx} = \frac{T_x}{S}$

$$\frac{d^2w_s}{dx^2} = \frac{1}{S}\frac{dT_x}{dx}$$

Da er $\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M_x}{D} + \frac{1}{S}\frac{dT_x}{dx}$

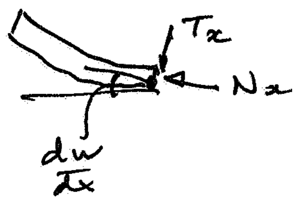
(b)



Fra global likevekt for hele bjelken ser vi at $V_A = 0$.

Momentlikevekt for del av bjelken gir $M_x = Pw$

kraften P på høyre ende kan deles i normal og transversal komponent for den deformerte bjelken slik at



$$T_x = P\frac{dw}{dx}$$

(c) Sett resultatene fra (b) inn i ligningen fra (a):

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{Pw}{D} + \frac{1}{S}P\frac{d^2w}{dx^2}$$

$$\left(\frac{S-P}{S}\right)\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{P}{D}w = 0$$

dvs $\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{SP}{D(S-P)}w = 0$

$$\frac{d^2w}{dx^2} + a^2w = 0 \quad \text{hvor } a^2 = \frac{P}{D}\left(\frac{S}{S-P}\right)$$

(d) Generalløsningen er

$$w = A\sin(ax) + B\cos(ax)$$

Randbetingelser: $w=0$ ved $x=0 \rightarrow 0 = B$

$w=0$ ved $x=L \rightarrow 0 = A\sin(aL)$

Dette betyr at enten $A=0$ (ingen forskyvning)

eller $\sin(aL)=0$, dvs. $aL = n\pi$, $n=1,2,3\ldots$

Forutsetningen for knekning er dermed at

$$aL = n\pi$$

dvs $$a^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{P}{D}\left(\frac{S}{S-P}\right)$$

dvs $$D(S-P)a^2 = PS$$

$$P\left\{S+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 D\right\} = DS\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$$

så $$P_{kr} = \frac{DS\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{S+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 D}$$

Laveste verdi er gitt ved $n=1$

så $$P_{kr} = \frac{DS\left(\pi/L\right)^2}{S+\left(\pi/L\right)^2 D} = \frac{\pi^2 D}{L^2+\pi^2 D/S}$$