UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MEK4540 – Komposittmaterialer
Eksamensdag:	Fredag 02-06-2006
Tid for eksamen:	0900 – 1200
Vedlegg:	Formelark (1 side)
Tillatte hjelpemidler:	Rottmanns formelsamling + godkjent kalkulator

Oppgaven er på 4 sider

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 (20%)

a) Nevn de to mest vanlige henholdsvis armerings- og matrisematerialene plastkompositter er bygget opp av og foreslå noen typiske egenskaper for stivhet og styrke.

b) For kompositter bestående av kontinuerlige fibere kan man bestemme de elastiske egenskapene fra ulike former for blandingsregler (”rule of mixture”). Nevn de viktigste forutsetningene som ligger til grunn for disse modellene.

c) For fiberkompositter bestående av diskontinuerlige fibere (”korte”) har man i skjærteorien av Rosen antatt at matrisen kan beskrives som et stivt plastisk materiale og definert størrelsene lastoverføringslengde l_t og kritisk fiberlengde l_c. Forklar hva som menes med disse størrelsene og skisser normal- og skjærspenningsfordeling for fibere med $l < l_t$, $l = l_t$ og $l > l_t$.

d) Stivhetsmatrisen for et laminat består av submatrisene A, B og D som er definert i formelvedlegget. Hva er den fysikalske tolkningen av A-, B- og D-matrisene; nevn også spesifikt betydningen av komponentene A_{16}, A_{26} og D_{16}, D_{26}?

Oppgave 2 (40%)

Lagene i et komposittlaminat har følgende egenskaper:

$E_L = 35000\,\text{MPa}$ $\qquad$ $\sigma_{LU} = 800\,\text{MPa}$

$E_T = 7000\,\text{MPa}$ $\qquad$ $\sigma_{TU} = 20\,\text{MPa}$

$G_{LT} = 5000\,\text{MPa}$

$\nu_{LT} = 0.3$

$\nu_{\text{TL}} = 0.06$

a) Vis ved utledning at Hooke's lov for et spesialortotropt materiale kan skrives

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix}$$

(Tips: sett opp uttrykkene for tøyning ved enkle spenningstilstander og superponer)
Hva er antallet uavhengige elastiske konstanter for et spesialortotrpot materiale?

b) Bestem kompliansmatrisen S og stivhetsmatrisen Q for lagene ovenfor.

c) Et laminat består av lag orientert 45° og 90° i forhold til global x-retning. Bestem sammenhengen mellom globale spenninger og globale ingeniørtøyninger uttrykt ved stivhetsmatrisen for disse lagene.

d) Et symmetrisk laminat består av 10 0°-lag og 10 90°-lag (relatert til den globale x-retningen) der alle lagene har tykkelse 0.1 mm. Beregn og skisser last-deformasjonskurven for dette laminatet opp til brudd når N_x er den eneste lasten som virker.

Oppgave 3 (40%)

DEL A

a) Nevn tre fordeler ved å anvende en sandwichkonstruksjon sammenlignet med en konvensjonell bjelke- eller platekonstruksjon.

b) Forklar uttrykket partielle forskyvninger ("partial deflections") i forbindelse med analyse av en sandwichbjelke.

c) Hvilke feilmekanismer kan oppstå i en sandwichbjelke eller -søyle?

DEL B

Figur 1 viser en sandwichbjelke AB, med bredde b og lengde L, som er montert som en utkrager. En jevnt fordelt tverrlast q per lengdeenhet er påført bjelken over hele lengden.

Begge skall ("face sheets") kan betraktes som tynne og kjernen som svak (fleksibel).

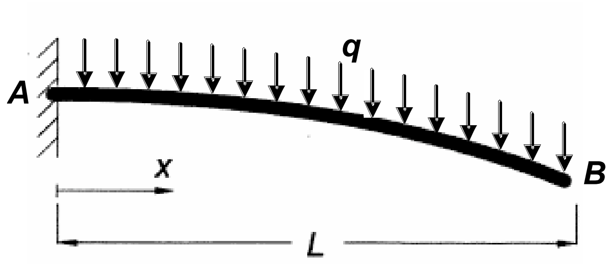
Bjelken har bøyestivhet D og skjærstivhet S. Skjærstivheten S er definert ved

$$S = \frac{T}{\gamma}$$

hvor T er skjærkraft og γ er gjennomsnittlig skjærtøyning over et tverrsnitt.

Ved å bruke partielle forskyvninger, eller annen metode, vis at tverrforskyvningen δ ved den frie enden B er gitt ved

$$\delta = \frac{qL^4}{8D}\left(1 + \frac{4D}{SL^2}\right)$$



Figur 1. Bjelke med tverrlast

DEL C

Figur 2 viser den samme bjelken som i DEL B som nå er påført en aksiallast P ved den frie enden, mens tverrlasten q er fjernet.

a) Vis at skjærkraften ved innfestningen T1 = 0.

b) Ved å betrakte den delen av bjelken som ligger mellom et tilfeldig tversnitt og x = L, vis at differensialligningen for tverrforskyvningen w(x) er gitt ved

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + a^2 w = a^2 \delta \qquad \text{hvor} \qquad a^2 = \frac{P}{D}\left(\frac{S}{S-P}\right) \qquad \text{og} \quad \delta = w(L)$$

c) Ved å undersøke ikke-trivielle løsninger for denne ligningen og anvende randbetingelsene ved x = 0 og x = L, vis at den laveste kritiske verdien av P for knekning av bjelken er gitt ved

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 D}{4L^2 + \pi^2 D/S}$$

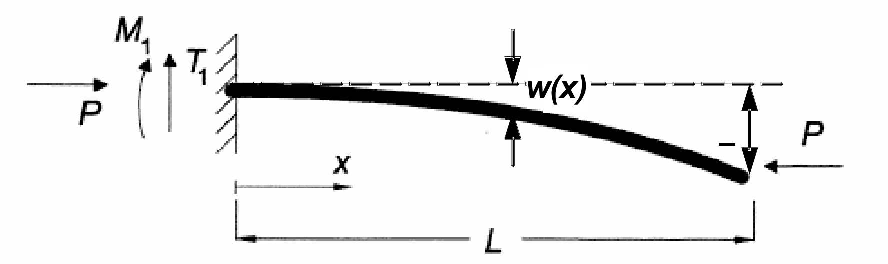
Følgende forhold er gitt:

$$w = w_b + w_s \; ; \qquad -D\frac{d^2 w_b}{dx^2} = M_x \; ; \qquad T_x = \frac{dM_x}{dx} \; ; \qquad T_x = S\frac{dw_x}{dx}$$

hvor w_b og w_s er partielle tverrforskyvninger for henholdsvis bøyning og skjær, M_x er bøyemoment og T_x er skjærkraft ved et tilfeldig tverrsnitt.

Tips for del (c): Siden T1 = 0 er det ingen skjærdeformasjon ved x = 0, slik at

$$\left.\frac{dw_s}{dx}\right|_{x=0} = 0$$



Figur 2. Bjelke med aksiallast

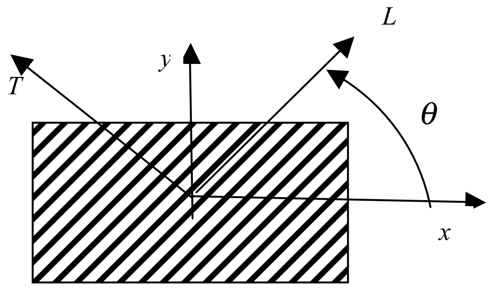
Nyttige formler:

Transformasjon av spenninger og tøyninger

$$[T]=\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2-s^2 \end{bmatrix}$$

$$c=\cos^2(\theta)$$

$$s=\sin^2(\theta)$$



$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

Stivhetsmatrise for laminat

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

$$A_{ij}=\sum_{k=1}^{n}\left(\overline{Q}_{ij}\right)_k\left(h_k-h_{k-1}\right)$$

$$B_{ij}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\overline{Q}_{ij}\right)_k\left(h_k^2-h_{k-1}^2\right)$$

$$D_{ij}=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}\left(\overline{Q}_{ij}\right)_k\left(h_k^3-h_{k-1}^3\right)$$