UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	Mek4540 – Komposittmaterialer.
Eksamensdag:	Mandag 04-06-2007.
Tid for eksamen:	1430 – 1730.
Oppgavesettet er på 4 sider	
Vedlegg:	Formelark (1 side).
Tillatte hjelpemidler:	Rottmanns formelsamling + godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 (20%)

a) Skisser i en graf hvordan stivheten i fiberretningen (EL) og på tvers av fiberretningen (ET) avhenger av volumandel fiber for en typisk ensrettet kompositt av glassfiber/epoxy. Indiker verdier for ren karbonfiber og ren epoksy.

b) Forklar hva som menes med glassovergangstemperaturen og skisser E-modulen som funksjon av temperatur for en amorf termoplast, semikrystallin termoplast og en herdeplast.

c) Nevn to viktige produksjonsmetoder for herdeplastkompositter og forklar kort hvordan de virker og hva som er fordeler og ulemper.

d) For fiberkompositter bestående av diskontinuerlige fibre (”korte”) har man i skjærteorien til Rosen antatt at matrisen kan beskrives som et stivt plastisk materiale. Sett opp likevekt for et lite element av en diskontinuerlig fiber som ligger parallelt med belastningen og utled et uttrykk for spenningsfordelingen i fiberens lengderetning.

Forts. s. 2

Oppgave 2 (40%)

Et laminat består av lag med ensrettet fiber i en herdeplastmatrise og har følgende elastiske egenskaper:

$$E_L = 130\ 000\ \text{MPa}$$
$$E_T = 9000\ \text{MPa}$$
$$G_{LT} = 5000\ \text{MPa}$$
$$\nu_{LT} = 0.4$$

a) Bestem kompliansmatrisen S og stivhetsmatrisen Q i LT-systemet for lagene ovenfor.

b) Laminatet er bygget opp av lag som ligger i ±30° i forhold til en global *x*-akse. Laminatet er påført en belastning og tøyningene blir målt med strekklapper som er orientert i akseretningene til det globale koordinatsystemet *x-y*. Tøyningene som måles er:

$$\varepsilon_x = 2000 \times 10^{-6}$$
$$\varepsilon_y = 500 \times 10^{-6}$$
$$\gamma_{xy} = 1000 \times 10^{-6}$$

Beregn ingeniørtøyningene og spenningene i *L*- og *T*-retningene for lagene som er orientert +30° i forhold til den globale *x*-akse.

c) Laminatet består av ti lag i hver retning der alle lagene har tykkelse 0.1 mm. Beregn laminatets stivhetsmatrise [A] og de resulterende kreftene (N_x, N_y, N_{xy}) som virker på laminatet.

Forts. s. 3

Oppgave 3 (40%)

DEL A

a) Beskriv de forskjellige feilmekanismer som kan oppstå i en sandwichbjelke eller -søyle.

b) Hvilke hensyn burde tas dersom en sandwichbjelke skal dimensjoneres for å tåle en gitt påført belastning?

DEL B

a) Definer uttrykkene *bøyestivhet, D,* og *skjærstivhet, S*, begge per breddeenhet, for en sandwichbjelke.

b) En sandwichbjelke består av to like skall ("face sheets"), som har E-modul E_f og tykkelse t_f, sammen med en kjerne som har E-modul E_c og tykkelse t_c. Finn et uttrykk for bjelkens bøyestivhet D.

c) Undersøk hvordan dette uttrykket kan forenkles dersom $t_c >> t_f$ og $E_c t_c << E_f t_f$, og vis at i dette tilfellet er

$$D \approx \frac{E_f t_f d^2}{2}$$

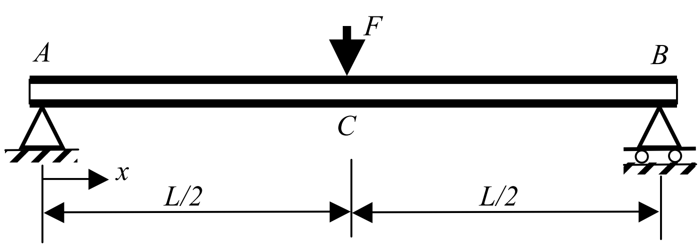
hvor $d = t_c + t_f$.

DEL C

Figur 1 viser en fritt opplagt, horisontal sandwichbjelke, AB, med lengde L. En vertikal punklast F per breddenhet er påført bjelkens midtpunkt C. Begge skall kan betraktes som tynne og kjernen som svak (fleksibel).

Ved å bruke partielle forskyvninger, eller annen metode, vis at tverrforskyvningen δ i bjelkens midtpunkt er gitt ved

$$\delta = \frac{FL^3}{48D}\left(1 + \frac{12D}{SL^2}\right)$$



Figur 1: Fritt opplagt sandwichbjelke med sentral punktlast

Forts. s. 4

DEL D

Den samme bjelken som i DEL C er nå påført en aksiell trykklast P per breddeenhet ved ende B, mens tverrlasten F er fjernet. Ende A er forhindret fra horisontal bevegelse.

a) Vis at differensialligningen for tverrforskyvningen $w(x)$ er

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M_x}{D} + \frac{1}{S}\frac{dT_x}{dx}$$

hvor M_x er bøyemomentet per breddeenhet og T_x er skjærkraften per breddeenhet.

b) Ved å betrakte den delen av bjelken som ligger mellom $x = 0$ og et tilfeldig tversnitt, vis at $M_x = Pw$ og $T_x = Pdw/dx$. (Merk at T_x er målt i forhold til den deformerte bjelken.)

c) Vis at differensialligningen kan skrives:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + a^2 w = 0 \quad \text{hvor } a^2 = \frac{P}{D}\left(\frac{S}{S-P}\right)$$

d) Ved å løse denne ligningen og anvende randbetingelsene ved $x = 0$ og $x = L$, vis at den laveste kritiske verdien av P for knekning av bjelken er gitt ved

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 D}{L^2 + \pi^2 D/S}$$

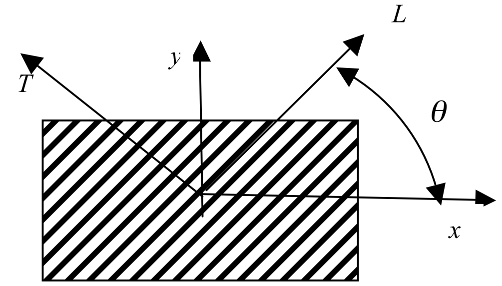
SLUTT

NYTTIGE FORMLER

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos^2(\theta)$$

$$s = \sin^2(\theta)$$



$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

$$[\overline{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_k \left(h_k - h_{k-1}\right)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_k \left(h_k^2 - h_{k-1}^2\right)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_k \left(h_k^3 - h_{k-1}^3\right)$$