FASIT til eksamen i STK2520, 2.12.2010

Oppgave 1

a) Ren premie er $\pi = E(X)$.
b) Virkelig premie er $(1+\gamma)\pi$ der γ er påslaget. Uten denne vil selskapet ikke få dekket administrasjonskostnader og heller ikke ha noen gjennomsnittlig fortjeneste.
c) Reserven er det beløp som med høy sannsynlighet dekker de skader selskapet er ansvarlig for. Om $\mathcal{X} = X_1 + \ldots + X_J$, så er $1-\epsilon$-reserven q_ϵ løsningen av ligningen $\Pr(\mathcal{X} \geq q_\epsilon) = \epsilon$.
d) Siden $E(X_1 + \ldots + X_J) = J\xi$ og $\mathrm{var}(X_1 + \ldots + X_J) = J\sigma^2$ (den siste på grunn av uavhengighet), så må relativ risiko gå mot 0 når $J \to \infty$.

Oppgave 2

a) $Z^* \leftarrow \beta\{(U^*)^{-1/\alpha} - 1\}$.
b) Gjenta følgende kommandoer m ganger:

$N^* \sim \text{Poisson}(\lambda)$ og $\mathcal{X}^* \leftarrow 0$
Gjenta N^* ganger
$U^* \sim \text{uniform}$, $\quad Z^* \leftarrow \beta\{(U^*)^{-1/\alpha} - 1\}$ og $\mathcal{X}^* \leftarrow \mathcal{X}^* + Z^*$.
Lagre $\mathcal{X}^*$.

c) $E(\mathcal{X} = \lambda\beta/(\alpha - 1) = 25$ som sammenfaller med simuleringene.
d) 95% og 99% reserver er 48.8 og 64.2.
e) $\mathcal{X}^{\text{re}*} \leftarrow \mathcal{X}^* - a$ og hvis $\mathcal{X}^{\text{re}*} < 0$ la $\mathcal{X}^* \leftarrow 0$.

Oppgave 3

a) Betingete sannsynligheter. Individet må overlevele k perioder fra alder l_0.
b) $V_0 = -\pi \sum_{k=0}^{K-1} d^k{}_k p_{l_0} + s \sum_{k=K}^{\infty} d^k{}_k p_{l_0}$
c) Ekivalenspremien er den π som gjør $V_0 = 0$.
d) Dersom $k < K$, så er $V_k = -\pi \sum_{i=k}^{K-1} d^i{}_i p_{l_0} + s \sum_{i=K}^{\infty} d^i{}_i p_{l_0}$.
Dersom $k \geq K$, så er $V_k = s \sum_{i=k}^{\infty} d^i{}_i p_{l_0}$.
e) Poliseinnehaver skal betales V_k.

Oppgave 4

a) $R_k = (S_k - S_{k-1})/S_{k-1} = e^{X_k} - 1$.
b) $Y_k = \log(s_0) + X_1 + \ldots + X_k$ som er summer av uavhengige normalfordelte variable slik at forventning og varians blir de oppgitte verdier som også gir uttrykket for $E(S_k)$ ved å bruke den oppgitte formelen for forventningen for log-normal variable.
c) For m simuleringer gjenta følgende kommandoer:

$S_0^* \leftarrow s_0$
Gjenta for $k = 1, \ldots, K$
$X^* \sim N(\xi, \sigma)$ og $S_k^* \leftarrow S_{k-1}^* e^{X^*}$.
Lagre $S_0^*, \ldots, S_K^*$.

d) Eksakt verdi er $E(S_{10}) = 2.0137$ som samsvarer godt med verdien i tabellen.
e) Avkastningen etter 10 år er $S_{10} - 1$ og fordelinegn for denne leses fra tabellen. Sannsynligheten for at investor har tapt penger er rundt 25%. Kapitalen er minst doblet med sannsynlighet mellom 25% og 50%, omtrent $37-38\%$.

Oppgave 5

a) For m simuleringer gjenta følgende kommandoer:

$B_0^* \leftarrow b_0$ og $Z^* \leftarrow \log(r_0/\zeta)$

Gjenta for $k = 1, \dots, K$

$\varepsilon^* \sim N(0,1)$, $Z^* \leftarrow Z^* + \tau\varepsilon^*$. og $B_k^* \leftarrow (1 + \zeta e^{Z^*})B_{k-1}^*$

Lagre $B_0^*, \dots, B_K^*$.

b) Gjenta følgende kommando for hver av de m simuleringene av $S_0, \dots, S_K$ og $B_0, \dots, B_K$:

Gjenta for $k = 0, \dots, K$

$V_k^* \leftarrow S_k^* + B_k^*$

Lagre $V_0^*, \dots, V_K^*$.

c) Gjennomsnittsavkastningen er redusert med 31% og volatiliteten er halvert. Oppsiden er mye lavere og nedsiden mye høyere enn når hele investeringen er i form av aksjer.