

# Oppgaver, STK4040, uke 47

20. november 2005

## Oppgave 1

La  $X$  være en  $n \times p$ -matrise.  $X$  har full kolonnerang hvis det ikke finnes noen  $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$  slik at  $X\mathbf{a} = \mathbf{0}$ , med andre ord hvis det ikke finnes noen ikke-triviell lineærkombinasjon av kolonnene i  $X$  som er lik null.

Vis at  $X$  har full kolonnerang hvis og bare hvis  $X^tX$  har det.

## Oppgave 2

Argumenter for at hvis man har nær-kollinearitet mellom kolonnene i en matrise  $X$ , så vil minst én av egenverdiene være mye mindre enn den største egenverdien.

## Oppgave 3

Vis at lineærregresjon er invariant med hensyn på inverterbare lineære transformasjoner av  $x$ -variablene, i den betydning at de predikerte verdiene er uendret.

## Oppgave 4

Gitt en  $n \times (p+1)$ -matrise  $X = (\mathbf{1}, X_0)$ , der  $X_0$  er sentrert. Vis at regresjonskoeffisientene til  $X_0$  i lineærregresjonen  $Y = XB + E$  ikke endrer seg hvis  $Y$  sentreres. (Det gjelder ikke konstantleddet.)