

Stk 4070 våren 2005: Oppgaver til 4.02.05

Oppgave 1.

Vis i en balansert enveis variansanalyse-situasjon:

a) $U_1 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu_i)^2$ er kjikvadratfordelt med kn frihetsgrader og $U_2 = \frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \mu_i)^2$ er kjikvadratfordelt med k frihetsgrader.

b) Vis også at hver $y_{ij} - \bar{y}_i$ og hver \bar{y}_r er uavhengige, slik at U_2 og $U_E = \frac{1}{\sigma^2} \sum \sum (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$ er uavhengige.

c) Vis at $U_1 = U_2 + U_E$.

d) Vis tilslutt at dette medfører at U_E er kjikvadratfordelt med $kn - k$ frihetsgrader.

Hint: Karakteristisk funksjon for kjikvadratfordelingen U med f frihetsgrader er

$$g(z) = E(e^{izU}) = \frac{1}{(1 - 2iz)^{\frac{f}{2}}}.$$

Oppgave 2.

Gjennomfør et resonnement for at $U_M = \frac{n}{\sigma^2} \sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2$ er kjikvadratfordelt med $k - 1$ frihetsgrader under nullhypotesen $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$, og at U_M og U_E alltid er uavhengige.

Oppgave 3.

Vis for balansert enveis variansanalyse at når to kontraster er ortogonale, er de tilsvarende estimatorene uavhengige.

Oppgave 4.

Tre medisiner for å senke systolisk blodtrykk skal prøves ut. 5 pasienter blir valgt til hvert preparat A , B og C . Etter 3 måneder blir nedgangen i målt blodtrykk:

Preparat A: 16, 12, 16, 15, 16.

Preparat B: 24, 15, 18, 16, 23.

Preparat C: 29, 21, 28, 22, 20.

(Både startmålinger og sluttmålinger er funnet som gjennomsnittet av 5 enkeltmålinger under standardiserte betingelser.)

- a) Test om det er forskjell i forventet nedgang i blodtrykk.
- b) Preparatene A og B inneholder beslektete stoffer. Bruk dette til å foreslå to ortogonale kontraster, og regn ut et 95% konfidensintervall for hver av disse.
- c) Se bort fra opplysningen i b), og bruk Bonferroni-tester til å lete etter mulige forskjeller i forventet nedgang.