

# Tangenter og helning på kurver.

Hilde Bojer

4. september 2007

En rett linje, eller en lineær funksjon, skrives matematisk som

$$Y = aX + b \quad (1)$$

Her er  $a$  helningen eller koeffisienten, og  $b$  er konstantleddet. Den stiger hvis  $a > 0$  og synker hvis  $a < 0$ . Jo større tallverdi  $a$  har, jo brattere er linjen. I figur 1 er begge linjer fallende, og linje 1 er den bratteste.

En rett linje har også den egenskap at  $Y$  endres med  $a$  enheter når  $X$  øker med én enhet uansett hvor stor  $X$  er i utgangspunktet:

$$\Delta Y = a\Delta X \quad (2)$$

Her bruker vi notasjon  $\Delta$  for en (liten) endring i en variabel. For en rett linje spiller det ingen rolle om endringen er stor eller liten. Men på en krum kurve vil virkningen på  $Y$  av en endring i  $X$  avhenge av hvor på kurven endringen er.

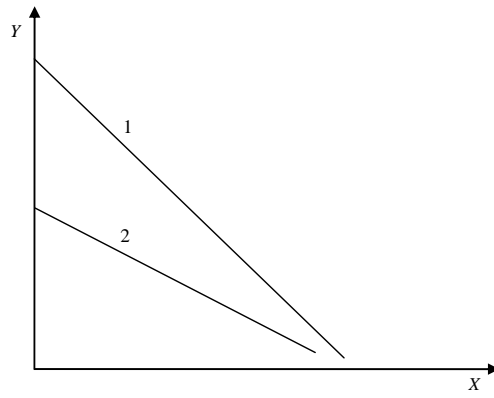
*Tangenten* til en kurve er en rett linje som har ett og bare ett punkt til felles med kurven. I det punktet de har felles, har kurven samme helning som tangenten. Eller rettere sagt: vi definerer kurvens helning som lik helningen til tangenten.

Dette er illustrert i figur 2.

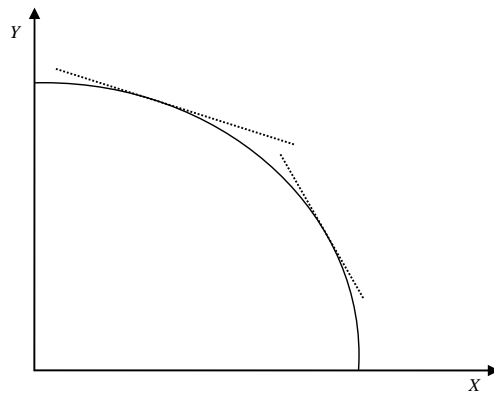
Hvis kurven i figur 2 er en transformasjonskurve, er helningen i hvert punkt lik den marginale transformasjonsraten, (MRT), i det punktet. Derfor kan vi illustrere variasjonen i MRT ved å tegne tangentene i ulike punkt.

To krumme kurver kan også tangere hverandre, dvs ha ett og bare ett punkt felles. Dette er illustrert i figur 3. Men da har de to kurvene også en felles tangent, dvs en rett linje som tangerer de to kurvene samtidig. Det betyr at de to kurvene sikkert har den samme helning i tangeringspunktet.

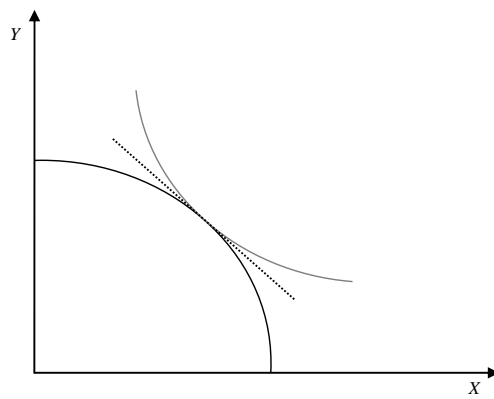
Hvis helningen til den ene kurven heter MRT og helningen til den andre kurven heter MRS, så vil  $MRT = MRS$  i tangeringspunktet.



**Figur 1.** To fallende rette linjer.



**Figur 2.** En krum kurve og to tangenter.



**Figur 3.** To krumme kurver og en tangent.