Steinar Holden, august 2014

Løsningsforslag til oppgave-sett Keynes-modeller

Oppgave 1
Betrakt modellen:

(1) $Y = C + I$
(2) $C = z^C + c_1 Y - c_2 r$ $\quad 0 < c_1 < 1,\ c_2 > 0$

der Y er BNP, C er konsum, I er realinvesteringer og r er realrente. Y og C er de endogene variable, og I og r er eksogene.

a) La $z^C = 160$, $c_1 = 0{,}8$, $c_2 = 30$, $I = 100$, $r = 2$. Finn likevektløsningene for Y og C.
b) Anta at investeringene øker til $I_1 = 120$. Finn likevektsløsningene for Y og C.

Løsningsforslag oppgave 1:
En måte å løse oppgave på, er å først sette inn tall for de eksogene variable og parametre, slik at vi får

(1') $Y = C + 100$

(2') $C = 160 + 0{,}8\,Y - 30\cdot 2$

og deretter løse modellen for Y og C. Vi finner først løsningen for Y. Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor "bli kvitt" den andre endogene variabelen C. Vi "blir kvitt" C i (1') ved å erstatte den med uttrykket for C fra (2'). Med andre ord, vi setter (2') inn i (1'), bruker at I = 100, og får

$Y = 160 + 0{,}8\,Y - 30\cdot 2 + 100$

Trekker fra 0,8 Y på begge sider, slik at vi får

$Y - 0{,}8\,Y = 160 - 60 + 100$

Regner ut uttrykkene på begge sider

$0{,}2\,Y = 200$

Deler på 0,2 på begge sider

$$\frac{0{,}2Y}{0{,}2} = \frac{200}{0{,}2} = 1000$$

Kan forkorte 0,2 mot 0,2 på venstresiden, slik at løsningen for Y blir

$Y = 1000.$

Løsningen for C finnes ved å sette løsningen for Y inn i (2')

$C = 160 + 0{,}8 \cdot 1000 - 30 \cdot 2 = 900$

Alternativt kunne vi løst oppgaven ved å først finne løsningene for Y og C analytisk, og deretter sette inn tall for parametere og eksogene variable.
Ved å sette inn for C i (1) ved å bruke (2), får vi

$Y = z^C + c_1 Y - c_2 r + I$

Her kan vi trekke fra Y på begge sider, slik at vi får

$Y - c_1 Y = z^C - c_2 r + I$

Vi kan sette Y utenfor en parentes på venstresiden

$Y(1-c_1) = z^C - c_2 r + I$

og dele på uttrykket i parentesen på begge sider av likhetstegnet

$$(3) \qquad Y = \frac{1}{1-c_1}\left(z^C - c_2 r + I\right)$$

som er løsningen for Y. Løsningen for Y, (3), kan settes inn i konsumfunksjonen (2), slik at vi får

$$C = z^C + c_1 Y - c_2 r = z^C + \frac{c_1}{1-c_1}\left(z^C - c_2 r + I\right) - c_2 r$$

$$= z^C + \frac{c_1}{1-c_1} z^C + \frac{c_1}{1-c_1}\left(-c_2 r\right) + \frac{c_1}{1-c_1} I - c_2 r$$

$$= \left(1 + \frac{c_1}{1-c_1}\right) z^C + \left(\frac{c_1}{1-c_1} + 1\right)\left(-c_2 r\right) + \frac{c_1}{1-c_1} I$$

(4) $$= \left(\frac{1-c_1}{1-c_1} + \frac{c_1}{1-c_1}\right) z^C + \left(\frac{c_1}{1-c_1} + \frac{1-c_1}{1-c_1}\right)\left(-c_2 r\right) + \frac{c_1}{1-c_1} I$$

$$= \left(\frac{1-c_1+c_1}{1-c_1}\right) z^C + \left(\frac{c_1+1-c_1}{1-c_1}\right)\left(-c_2 r\right) + \frac{c_1}{1-c_1} I$$

$$= \frac{1}{1-c_1} z^C + \frac{1}{1-c_1}\left(-c_2 r\right) + \frac{c_1}{1-c_1} I$$

$$= \frac{1}{1-c_1}(z^C - c_2 r) + \frac{c_1}{1-c_1} I$$

som er løsningen for C. Nå kan vi sette inn tall for I, z^C, r, c_1 og c_2 i (3) og (4), og vi får de samme løsninger som vi har fått over. (3) og (4) kaller vi modellen på redusert form.

b) Løsningene for Y og C når I har økt til 120 kan vi finne på samme måte som under a). Når vi allerede har funnet løsningene for Y og C, er det enklest å sette inn tall direkte der. Da får vi

$$Y = \frac{1}{1-0,8}\left(160 - 30\cdot 2 + 120\right) = 5\cdot 220 = 1100$$

$$C = \frac{1}{1-0,8}(160 - 30\cdot 2) + \frac{0,8}{1-0,8}120 = 5\cdot 100 + 4\cdot 120 = 980$$

Oppgave 2

Betrakt modellen:

(3) Y = C + I

(4) C = 400 + 0,8 Y – 50·r

der Y er BNP, C er konsum, I er realinvesteringer og r er realrenten. Y og C er de endogene variable, mens investeringene I = 300 og realrenten r = 2.

a) Finn likevektsløsningene for Y, C og sparingen S = Y – C.
b) Anta at konstantleddet i konsumfunksjonen reduseres til 380, dvs. at konsumfunksjonen nå blir

(5) $C = 380 + 0{,}8\ Y - 50 \cdot r$

Finn likevektsløsningene for Y, C og S. Sammenlign med svaret på a), og forklar de økonomiske mekanismene.

Løsningsforslag oppgave 2:
Vi finner først løsningen for Y.
Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor ”bli kvitt” den andre endogene variabelen C. Vi ”blir kvitt” C i (1) ved å erstatte den med uttrykket for C fra (2). Med andre ord, vi setter (2) inn i (1), bruker at $c_2r = 100$ og I = 100, og får

$Y = 400 + 0{,}8\ Y - 100 + 300.$

Trekker fra 0,8 Y på begge sider, slik at vi får

$Y - 0{,}8\ Y = 600$

Regner ut uttrykkene på begge sider

$0{,}2\ Y = 600$

Deler på 0,2 på begge sider

$$\frac{0{,}2Y}{0{,}2} = \frac{600}{0{,}2}$$

Kan forkorte 0,2 mot 0,2 på venstresiden, og regne ut høyresiden, der å dele på 0,2 er det samme som å multiplisere med 5, slik at løsningen for Y blir

$Y = 600 \cdot 5 = 3000.$

Løsningen for C finnes ved å sette løsningen for Y inn i (2)

$C = 400 + 0{,}8 \cdot 3000 - 50 \cdot 2 = 2700$

Løsningen for sparingen S finnes ved å sette inn løsningene for Y og C i uttrykket for S:

$S = Y - C = 3000 - 2700 = 300.$

b) gjøres på tilsvarende måte. Vi får
$Y = (380\text{-}100\text{+}300)/0{,}2 = 580 \cdot 5 = 2900$
$C = 380 + 0{,}8 \cdot 2900 - 100 = 2600$
$S = 2900 - 2600 = 300$

Endringen i Y blir $\Delta Y = 2900 – 3000 = -100$. BNP reduseres. Reduksjonen i BNP er mye større enn den initiale reduksjonen i konsumet, $\Delta z^C = 380 – 400 = -20$. Årsaken til at BNP reduseres mer enn den initiale reduksjonen i konsumet, er multiplikator-virkninger via konsumet. Den initiale reduksjonen i konsumet gir redusert BNP, som igjen fører til redusert inntekt og dermed redusert konsum. Reduksjonen i konsumet gir ytterligere reduksjon i BNP og inntekt, som igjen fører til redusert konsum. Osv.

en i G innebærer økt etterspørsel.