Handout 9. forelesning ECON 1500 - Produksjonsteori

Februar 2011

1 Kostnadsfunksjon

Sist uke definierte vi kostnadsfunksjon

$$\begin{aligned} C(q,w,v) &= \min_{k,l} wl + vk \\ \text{s.t.} f(l,k) &= q \end{aligned}$$

Vi ser at dette er svært likt utgiftsminimering i konsumentteorien. La nå

$$l(w,v,q) \text{ og } k(w,v,q)$$

være "betinget faktoretterspørsel", dvs hvor mye av faktorene l og k bedriften vil etterspørre om faktorprisene er w og v og bedriften skal produsere q. (Etterspørselen er betinget på nivået på q). Shepards lemme som vi møtte i konsumentteorien gir nå at

$$\begin{aligned} l(w,v,q) &= \frac{\partial C(q,w,v)}{\partial w} \\ k(w,v,q) &= \frac{\partial C(q,w,v)}{\partial v} \end{aligned}$$

Oppgave 1 *Dersom en bedrift har kostnadsfunksjon*

$$C(q,w,v) = 2q\sqrt{wv}$$

hva er da betinget faktoretterspørsel etter arbeidskraft l?

1. Den er $l(w,v,q) = 2\sqrt{wv}$
2. Den er $l(w,v,q) = q\sqrt{\frac{w}{v}}$
3. Den er $l(w,v,q) = q\sqrt{\frac{v}{w}}$

1.1 Kortsiktig kostnad.

Sist uke diskuterte vi tilfellet der en av innsatsfaktorene var gitt "på kort sikt". For eksempel

$$k = k_0$$

Kostnadsminimeringen blir da å velge bare l

$$\begin{aligned} C(q, w, v) &= \min_l wl + vk_0 \\ \text{s.t.} f(l, k_0) &= q \end{aligned}$$

I dette tilfellet vil det ikke være så mye valg, siden k_0 er gitt, må bedriften sette inn nok arbeidskraft til å produsere q. For eksempel

$$f(l, k) = \sqrt{kl}$$

gir

$$\sqrt{k_0 l} = q$$

Som vi kan løse for l :

$$k_0 l = q^2 \Longrightarrow l = \frac{q^2}{k_0}$$

Oppgave 2 *Finn kostnadsfunksjonen i dette tilfellet, altså regn ut $wl + vk_0$ når $w, v,$ og q er gitt*

1. Kostnadsfunksjonen blir $C(q, w, v; k_0) = k_0 + \sqrt{wv}\frac{q^2}{k_0}$
2. Kostnadsfunksjonen blir $C(q, w, v; k_0) = vk_0 + w\frac{q^2}{k_0}$
3. Kostnadsfunksjonen blir $C(q, w, v; k_0) = \sqrt{vk_0} + q\sqrt{\frac{w}{k_0}}$

Vi skal vise på forelesningen at den kortsiktige kostnaden, altså kostnaden når k er gitt, alltid er minst like høy som når k kan velges fritt. Altså

$$C(q, w, v; k_0) \geq C(q, w, v)$$

La $k(q, w, v)$ være den betingede faktoretterspørselen etter kapital, altså når k kan velges fritt.

Oppgave 3 *Tror du følgende påstand er riktig?*

I tilfellet der faktorprisene w, v og kvantum q er slik at $k(q, w, v) = k_0$ så er $C(q, w, v; k_0) \geq C(q, w, v)$

1. Ja
2. Nei

1.2 Gjennomsnittskostnader og marginalkostnad

Vi skal nå holde de fleste av argumentene i $C(q, w, v; k_0)$ fast og bare se på hvordan kostnadene varierer med produsert mengde. Vi utelater da de andre argumetene og skriver kostnadene bare som $C(q)$. i tilfellet der k_0 vil kaptialkostnadene påløpe uansett. Kostnaden vil da bestå av faste kostnader, som er uavhengige av q og variable kostnader som avhenger av q.(Her er VC Variable Cost).

$$C(q) = F + VC(q)$$

To sentrale begreper er nå

Marginalkostnad Denne har vi brukt tidligere. Det er kostnaden ved å produsere en enhet til. Siden de faste kostnadene er uavhengig av hvor mye vi produserer er

$$C'(q) = VC'(q)$$

Gjennomsnittskostnader Gjennomsnittskostnadene skriver vi som $AC(q)$ (for Average Cost)Dette er som navnet sier

$$AC(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{F}{q} + \frac{VC(q)}{q}$$

Merk at leddet $\frac{F}{q}$ vil bli uendelig stort når q er liten

Hva gir de laveste marginalkostnadene? Vi skal altså minimere $AC(q)$ og ser da på førsteordensbetingelsen

$$AC'(q) = 0$$

Det gir

$$AC(q) = \frac{C'(q)q - C(q)}{q^2} = \frac{1}{q}(C'(q) - \frac{C(q)}{q}) = \frac{1}{q}(C'(q) - AC(q)) = 0$$

Vi ser at da gjennomsnittskostnadene er på sitt laveste når marginalkostnaden $MC = C'(q)$ er lik gjennomsnittkostnaden

Oppgave 4 *Betrakt kostnadsfunksjonen*

$$C(q) = 6 + q^2$$

Finn gjennomsnittskosnad $AC(q)$ og Marginalkostnad $MC(q)$ og avgjør for hvilken q gjennomsnittskostnadne er lavest

1. Gjennomsnittkostnaden er lavest når $q = 1$
2. Gjennomsnittkostnaden er lavest når $q = 2$
3. Gjennomsnittkostnaden er lavest når $q = 3$

1.3 Profittmaksimering

Profittmaksimeringen

$$\max_q pq - C(q)$$

Har førsteordensbetingelse

$$p = MC(q^*)$$

Men siden det faste kostnader i produksjonen kan det tenkes at den optimale skalaen q^* er for liten til å dekke de faste kostnadene. Det ville være tilfelle dersom

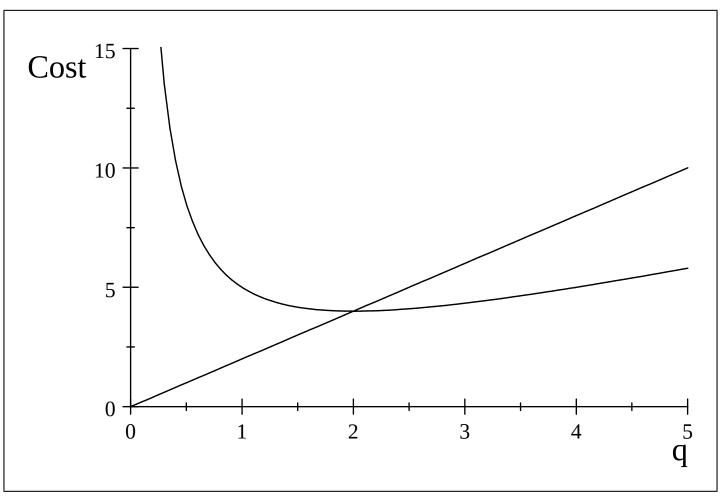
$$pq^* - C(q^*) < 0$$

Noen faste kostnader er produksjonsavhengige, bedriften kan slippe dem dersom den ikke produserer noe. I det tilfellet så kan bedriften unngå kostnader om den velger $q = 0$ og den har da profitt lik 0. Om $pq^* - C(q^*) < 0$ vil nedleggelse være et bedre alternativ. Men om vi delere på q^* ser vi at bedriften har positiv profitt dersom

$$p \geq \frac{C(q^*)}{q^*} = AC(q^*)$$

Bedriften vil da velge å produsere dersom $p \geq AC$.

Oppgave 5 *Nedenfor ser du $MC(q)$ og $AC(q)$ for tilfellet $C(q) = 4 + q^2$. Sett navn på kurvene i figuren og bestem for hvilke priser bedriften vil velge å produsere et positiv kvantum*



1. Bedriften vil prosdusere et positiv kvantum dersom $p \geq 2$
2. Bedriften vil prosdusere et positiv kvantum dersom $p \geq 4$
3. Bedriften vil prosdusere et positiv kvantum dersom $p \geq 6$