Handout m/oppgaver til 8. forel. ECON 1500
Preferanser og nyttemaksimering

Kjell Arne Brekke

March 3, 2012

1 Konsumentteori (fortsatt)

1.1 Identiteter

Med preferansene gitt ved nyttefunksjonen

$$U(x,y) = \sqrt{xy}$$

så har vi tidligere funnet at den vanlige (Marshall-) etterspørselen er

$$\begin{aligned} x(p_x, p_y, m) &= \frac{m}{2p_x} \\ y(p_x, p_y, m) &= \frac{m}{2p_y} \end{aligned}$$

Oppgave 1 *Ta utgangspunkt i tilfellet $m = 2$, og $p_x = p_y = 1$. I samme figur tegn opp budsjettlinja, det optimale valget $(x(1,1,2), y(1,1,2))$ som i henhold til formelen ovenfor må bli $(1,1)$. Tegn ogås inn den tilhørende indifferenskurva. Finn nyttenivået $\bar{u}$ tilhørende denne indifferenskurva og bruk figuren til å bestemme den kompenserte etterspørselen $x^c(1,1,\bar{u}), y^c(1,1,\bar{u})$. Den kompenserte etterspørselen blir*

1. $x^c(1,1,\bar{u}) = 1$ og $y^c(1,1,\bar{u}) = 1$
2. $x^c(1,1,\bar{u}) = \bar{u}$ og $y^c(1,1,\bar{u}) = \bar{u}$
3. $x^c(1,1,\bar{u}) = e^{\bar{u}}$ og $y^c(1,1,\bar{u}) = e^{\bar{u}}$

1.2 Slutsky ligningen

Vi skal vise på forelesning at

$$x(p_x, p_y, E(p_x, p_y, \bar{u})) = x^c(p_x, p_y, \bar{u}).$$

Oppgaven du nettopp løste ga deg kanskje et lite hint om hvorfor dette gjelder - prøv å begrunne denne identiteten for deg selv.

Det som kommer mellom stjernene er ikke strengt påkrevd for å løse oppgaven, men det vil være en god forberedelse til forelesningen om du prøver å henge med: *** Vi kan nå partiellderivere denne ligningen. Merk at $E(p_x, p_y, \bar{u})$ refererer til den inntekten vi trenger for å oppnå nytten $\bar{u}$, og den blir refert til som $\bar{m} = E(p_x, p_y, \bar{u})$. Da får vi om vi partiellderiverer med hensyn på p_x

$$\frac{\partial x}{\partial p_x}(p_x, p_y, \bar{m}) + \frac{\partial x}{\partial m}(p_x, p_y, \bar{m})\frac{\partial}{\partial p_x}E(p_x, p_y, \bar{u}) = \frac{\partial x^c}{\partial p_x}(p_x, p_y, \bar{u})$$

Så bruker vi Shepards lemma som sier at

$$\frac{\partial}{\partial p_x}E(p_x, p_y, \bar{u}) = x^c(p_x, p_y, \bar{u}) = x(p_x, p_y, \bar{m})$$

Om vi setter dette inn i ligningen får vi

$$\frac{\partial x}{\partial p_x}(p_x, p_y, \bar{m}) + \frac{\partial x}{\partial m}(p_x, p_y, \bar{m})x(p_x, p_y, \bar{m}) = \frac{\partial x^c}{\partial p_x}(p_x, p_y, \bar{u})$$

*** Eller, etter litt omskrivning og på et litt mer kompakt format:

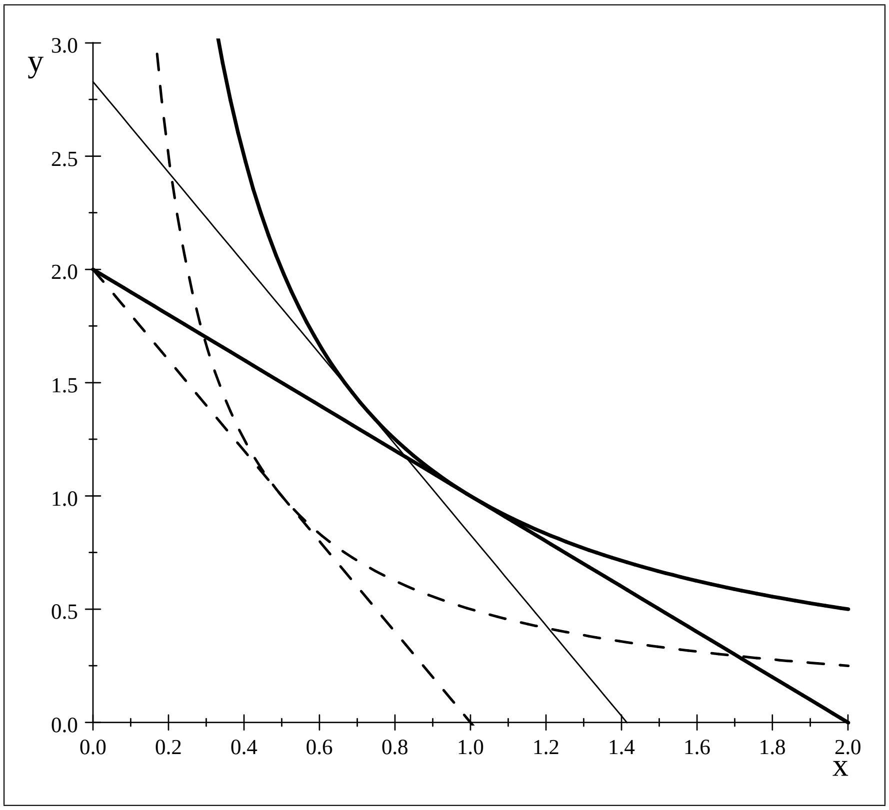
$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - x\frac{\partial x}{\partial m}$$

Helt tilsvarende skal vi vise at

$$\frac{\partial x}{\partial p_y} = \frac{\partial x^c}{\partial p_y} - y\frac{\partial x}{\partial m}$$

Denne ligningen sier at effekten en en prisendring kan deles opp i to effekter. Den første kaller vi substitusjonseffekten. Det er $\frac{\partial x^c}{\partial p_y}$ og angir effekten av en prisendring når vi kompenserer inntekten slik at nyttenivået blir det samme. Det andre leddet $-y\frac{\partial x}{\partial m}$ fanger opp det at når prisene endrers skjer det ikke automatiske en kompensasjon av inntekten. Om prisen øker blir konsumenten litt fattigere og dette kalles da inntektseffekten.

Om vi ser på tilfellet $U = xy$ og $x + y = 2$ som utgangspunkt (tykke linjer) Tangering skjer her i punktet $x = y = 1$. Jeg får ikke satt inn bokstaver i figuren, men vi kalle dette punktet for A. Prisen p_x øker til 2 (stiplede linjer), det gir et nytt optimum med tangering i punktet $x = 0.5$ og $y = 1$. Kall dette puktet for C. (Om du har skrevet ut, sett inn bokstavene, ellers tegn opp figuren selv og sett inn bokstaver. Figuren angir et tangeringspunkt til, $x \approx 0.7$ og $y \approx 1.4$, dette punktet kaller vi B.



Oppgave 2 *Effekten av prisendringen er at konsumenten endrer konsumet fra* $A = (1, 1)$ *til* $C = (0.5, 1)$*. Kan dekomponeres som en endring fra A til* $B = (0.7, 1.4)$ *og en annen endring fra B til* C*. I den ene av disse endringene holder vi nytten konstant, men forandrer prisene og det kaller vi subsitutisjonseffekten. I den andre endringen holder vi prisene fast men endrer bare inntekten, det kaller vi inntektseffekten. Men, hva er hva?*

1. Endringen fra A til B er inntektseffekt og endringen fra B til C er substitusjon

2. Endringen fra A til B er substitusjon og endringen fra B til C er en inntektseffekt

1.2.1 Giffen gode

Ved en anledning i Irland på 1800 tallet førte en sterk økning i prisene på poteter til at konsumentene etterspurte mer poteter. Om vi lar x være poteter tyder dette på at

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} > 0$$

i det konkrete tilfellet. Vi vet altså at

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - x\frac{\partial x}{\partial m}$$

og jeg nevnte på forelesning (og vil snakke mer om det) at

$$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} \leq 0$$

Oppgave 3 *Gitt informasjonen ovenfor. Hva kunne forklare den økte etterspørselen etter poteter.*

1. Potet var et normalt (normal) gode
2. Potet var et mindreverdig (inferior) gode.

2 Konsumentoverskudd

Vi skal nå se på en bestemt nyttefunksjon

$$U(x, y) = u(x) + y$$

I tillegg skal vi anta at $p_y = 1$, og at $u(0) = 0$. Siden det da bare er en pris igjen, dropper vi fotskriften go skriver $p_x = p$. Budsjettbetingelsen er da

$$px + y = m$$

I dette tilfellet bruker vi ikke Lagranges metode, men observerer fra budsjettbetingelsen at

$$y = m - px$$

Nyttemaksimeringsproblemet er da

$$\max_x u(x) + m - px$$

som gir FOB

$$p = u'(x).$$

Om vi inverterer denne funksjonen får vi etterspørselen

$$D(p) = u'^{-1}(p) = x$$

som sier hvor mange enheter konsumenten vil kjøpe om prisen er p.

Vi husker at nytten er

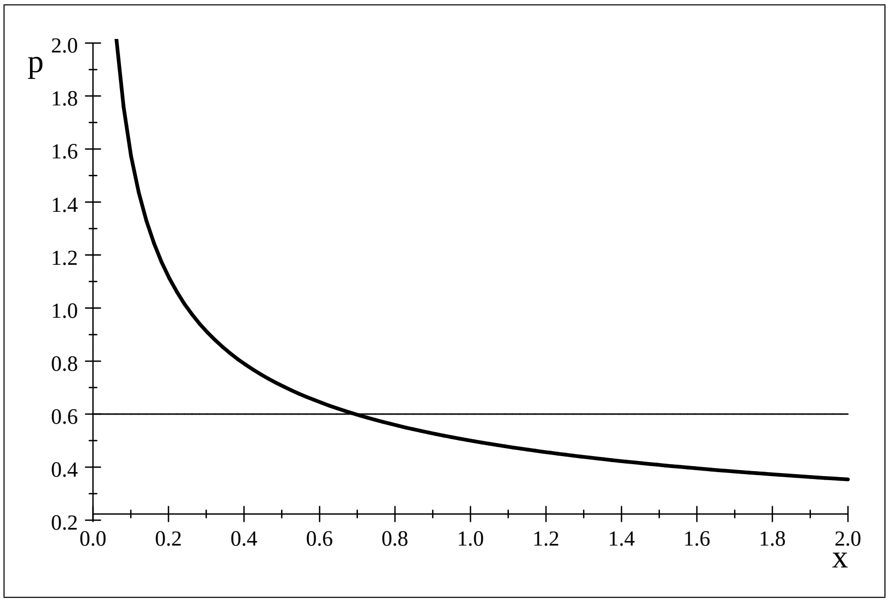
$$u(x) - px + m$$

og merk at de første to leddene kan skrives som

$$u(x) - px = \int_0^x u'(t)dt - px = \int_0^x (u'(t) - p)\, dt$$

ra

$$p = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



Oppgave 4 *Figuren over tegner opp etterspørselen i tilfellet* $u(x) = \sqrt{x}$. *Den tykke linjen angir hvilet kvanum* x *konsumenten vil etterspørre for enhver pris* p, *rett nok med argumentet på "y−aksen". Nytten*

$$u(x) - px = \int_0^x (u'(t) - p)\, dt$$

i tilfellet $p = 0.6$, *kan nå illustres som et område i figuren. Hvilket område?*

1. Det er arealet under den tykke linja
2. Det er arealet mellom den tykke linja og linja $p = 0.6$
3. Det er arealet mellom den tykke linja og linja $p = 0.6$ fram til de krysser ($x \approx 0.7$)

Oppgave 5 *I figuren ovenfor ser vi at ved prisen* $p = 1$ *kr, så vil konsumenten etterspørre 0.25 (*$x = 0.25$*). Tenk deg at måleenheten er 1000 ehenter, så* $x = 0.25$ *svarer til en etterspørsel på 250 enheter. Hvor mye (ca) er konsumenten villig til å betale for den neste enheten?*

1. Han vil kjøpe enhet 251 om den koster litt under 1 krone.
2. Han vil kjøpe enhet 251 bare om den koster maksimalt 50 øre.
3. 250 enheter er det optimale antallet, han vil ikke kjøpe enhet 251 uansett pris.