

UNIVERSITETET I OSLO ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt eksamen i: **ECON2130 – Statistikk 1**

Eksamensdag: Onsdag 9. august 2006

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 12:00

Oppgavesettet er på 3 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Alle trykte og skrevne hjelpemidler, samt lommekalkulator er tillatt

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1

Knut søker opptak ved tre skoler som vi kan kalle A-skolen, B-skolen og C-skolen. La A , B , C betegne begivenhetene at Knut blir opptatt ved A-, B- eller C-skolen henholdsvis. Anta at sannsynlighetene for A , B , C er gitt ved

$$P(A) = 0,8 \quad P(B) = 0,6 \quad P(C) = 0,9$$

og at A , B , C er uavhengige begivenheter. Du vil ha bruk for å vite at dette impliserer at selv om vi bytter ut noen av de tre begivenhetene med deres komplementer, så vil uavhengigheten fortsatt gjelde. For eksempel kan vi slutte at \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} er uavhengige. Likeså A , \bar{B} , \bar{C} osv. (Jfr. punkt e. nedenfor.)

- a.** Finn
- sannsynligheten for at Knut blir opptatt ved alle tre skolene,
 - sannsynligheten for at Knut ikke blir opptatt ved noen av de tre skolene.
- b.** Finn sannsynligheten for at Knut blir opptatt ved A-skolen eller ved B-skolen (eventuelt begge deler). Er A og B disjunkte begivenheter? Begrunn svaret.
- c.** La X være antall skoler Knut blir opptatt ved blant de tre skolene han søker på. **(i)** Er det noe som taler for at X *ikke* er binomisk fordelt? Begrunn svaret.
(ii) Vis at $P(X = 1) = 0,116$.
(iii) Finn fordelingen til X . Det vil si, fyll ut følgende tabell:

x	0	1	2	3
$P(X = x)$?	0,116	?	?

(iv) Beregn forventningen til X . (Hvis du ikke har klart å fylle ut tabellen under (iii), holder det om du gjetter på noen tall for $P(X = x)$ som grunnlag for beregningen.)

- d. (i) Anta vi vet at *kun en* av skolene har gitt opptak for Knut, men ikke hvilken. Hva er da sannsynligheten for at det er B-skolen som har gitt opptak for Knut?
(ii) Anta vi vet at *minst en* av skolene har gitt opptak for Knut, men ikke hvilke. Hva er da sannsynligheten for at B-skolen har gitt opptak for Knut?
- e. La nå A og B stå for vilkårlige begivenheter. Vis at dersom A og B er uavhengige, så er også \bar{A} og \bar{B} uavhengige. [Hint: Vis, for eksempel ved et Venn-diagram, at $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$. Bruk dette til å vise at $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = (1 - P(A))(1 - P(B))$.]

Oppgave 2

La A og B stå for vilkårlige begivenheter. Vis at dersom A impliserer B (med symboler, $A \Rightarrow B$), så må $P(A) \leq P(B)$.

[Hint: Relasjonen $A \Rightarrow B$ kan beskrives ved et Venn-diagram der A er inneholdt i B . Bruk dette (eller på annen måte) til å begrunne at $B = A \cup (B \cap \bar{A})$. Vis så at $P(B)$ kan skrives som $P(A)$ pluss noe som ikke kan være negativt.]

Oppgave 3

- a. Man ønsker å anslå gjennomsnittshøyden, μ , for den mannlige delen av en forhistorisk folkegruppe. Basert på skjelettfunn har man bare klart å bestemme høyden for to menn fra folkegruppen, nemlig 155 cm og 163 cm. Under forutsetning av at høyde er normalfordelt, beregn et 90% konfidensintervall for gjennomsnittshøyden for menn i folkegruppen når standardavviket, σ , anses for ukjent. Presiser eventuelt øvrige forutsetninger du måtte trenge.
- b. Intervallet i punkt a. viser at anslaget på gjennomsnittshøyden for menn er ganske usikkert. En ekspert på feltet mener imidlertid at standardavviket for høydene i populasjonen neppe kan være større enn 7 cm og kanskje mindre. Anta foreløpig at σ er kjent lik 7. Utnytt denne opplysningen til å
- (i) beregne et nytt 90% konfidensintervall for μ og sammenlign med intervallet i punkt a.,
- (ii) teste hypotesen $H_0 : \mu \leq 150$ mot alternativet $H_1 : \mu > 150$. Bruk signifikansnivå 5% og formuler en konklusjon.

- c. I overensstemmelse med ekspertens uttalelse, anta nå isteden $\sigma \leq 7$ (der σ for øvrig er ukjent). Vis (i) at konfidensintervallet i **b.** nå har en konfidensgrad som er større eller lik 90%, og (ii) at signifikansnivået for testen i **b.** nå er mindre eller lik 5%. [**Hint:** Utnytt resultatet i oppgave 2.]. Kan konklusjonene i punkt **b.** opprettholdes, eller bør de endres etter din mening?