

Utsatt eksamen ECON2130 – vår 2024

Oppgave 1

På Abildsø knivfabrikk kaller vi antallet arbeidsulykker en tilfeldig arbeidsdag for Y_A . På en annen fabrikk, Bøler øksefabrikk, er det en tilfeldig arbeidsdag Y_B ulykker. En arbeidsdag på begge fabrikkene utgjør 8 timer. Y_A er Poisson-fordelt med $\lambda_A = 3$, mens Y_B er Poisson-fordelt med $\lambda_B = 4$. Y_A og Y_B er uavhengige av hverandre.

a)

Diskuter kort hva det innebærer å forutsette at Y_A og Y_B er Poisson-fordelte og hva det betyr at fordelingene er uavhengige av hverandre.

b)

Finn $P(Y_A \leq 2)$ og $P(Y_A \leq 2 | Y_B = 3)$.

c)

Finn $P(Y_A < 3 \cap Y_B < 3)$ og $P(Y_A < 3 \cup Y_B < 3)$.

d)

Bruk R til å finne simulert sannsynlighet for at det totale antallet ulykker på de to fabrikkene en tilfeldig dag er større enn 10.

e)

Finn svaret på b) om arbeidsdagen blir forlenget fra 8 til 9 timer.

Oppgave 2

Arnstein og Bjørn lurer på andelen av studentene på SV-fakultetet som kommer til å stemme ved studentvalget. Arnstein spør n_A samfunnsøkonomistudenter og kaller antallet som sier de skal stemme for X_A . Bjørn spør n_B statsvitenskapstudenter og kaller antallet som sier de skal stemme for X_B . De forutsetter at X_A og X_B er binomisk fordelt med samme p .

a)

Diskuter kort hva det innebærer å forutsette at X_A og X_B er binomisk fordelte.

De foreslår å bruke følgende estimator til å estimere p :

$$\hat{p} = a * \frac{X_A}{n_A} + (1 - a) * \frac{X_B}{n_B}, \text{ der } a \in [0,1] \text{ er en konstant}$$

b)

Finn forventninga og variansen til estimatoren. Er estimatoren forventningsrett?

c)

Vis at om $n_A = 40$ og $n_B = 60$ er $a = 0,4$ verdien av a som minimerer variansen til \hat{p} . Du kan ta for gitt at uttrykket for variansen fra b) er konvekt.

d)

Finn estimatet for p om man observerer $X_A = 4$ og $X_B = 9$. Konstruer et 95% konfidensintervall for p .

En venn av Arnstein og Bjørn tviler på at forutsetninga om at X_A og X_B er binomisk fordelt med samme p . Han mener det er grunn til å tro at en tilfeldig valgt samfunnsøkonomistudent har sannsynlighet p_A for å stemme, mens en tilfeldig valgt statsvitenskapsstudent har sannsynlighet p_B for å stemme, hvor p_B ikke er lik p_A .

e)

Sett opp passende hypoteser og gjennomfør en hypotesetest der du tester påstanden om at p_A og p_B er like. Bruk signifikansnivå lik 5%.

f)

Hva er p-verdien til testen i e)? Er p-verdien en stokastisk variabel?

Oppgave 3

Du lurer på hvor mange timer medstudentene dine bruker på studier i uken. Antall arbeidstimer er fordelt med forventning μ . Du trekker et tilfeldig utvalg på 25 studenter og kaller gjennomsnittlig antall arbeidstimer for \bar{X} .

Nedenfor er deskriptiv statistikk for utvalget:

```
summary.det <- function(x) c(summary(x), 'Var'=var(x))
summary.det(x)
##      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.    Max.     Var
## 0.3442992 14.2816582 18.5821908 19.7209847 27.3710804 35.4029679 77.5761174
```

a)

Du jobber 15 timer i uka, og lurer på om forventa antall arbeidstimer er lik dette. Sett opp passende hypoteser og gjennomfør hypotesetesten med 1% signifikansnivå. Hvorfor må du forutsette at antall arbeidstimer er normalfordelt for å gjennomføre testen?

b)

En venn sier at om du øker utvalget ditt til 60 personer trenger du ikke lenger å anta at antall arbeidstimer er normalfordelt. Stemmer dette?

c)

Du gjør som vennen din foreslår og øker utvalgsstørrelsen til 60 studenter. Den deskriptive statistikken til det nye utvalget er den samme som ovenfor. Gjennomfør hypotesetesten fra a) med den nye utvalgsstørrelsen. Blir konklusjonen av hypotesetesten endret?

d)

Du skal nå simulere teststyrken. Anta at antall arbeidstimer til en student, som vi kaller X , er normalfordelt med $\mu = 20$ og $\sigma^2 = 9^2$. Trekk 25 verdier av X i R og gjennomfør testen fra oppgave a). Repeter dette 1000 ganger. Finn andelen ganger du ikke forkaster den gale nullhypotesa. Tolk resultatet.