ECON 2130 EKSAMEN 2012 VÅR

TALLSVAR for oppgave 1 bare. Oppgave 2 gjennomgås på seminar uke 19.

Svarene er gitt i << … >>.

Oppgave 1

Tre ektepar kommer sammen til en quiz-konkurranse. De 6 personene inndeles helt tilfeldig i tre lag der hvert lag består av en kvinne og en mann. Kvinnene betegnes med tallene, 1, 2 og 3, og mennene med M_1, M_2 og M_3, på en slik måte at *j* er gift med M_j, for $j = 1,2,3$. Siden inndelingen i lag er tilfeldig, kan noen av ekteparene ende opp som lag mens andre ikke gjør det.

Selve uttrekningen av lag skjer på følgende måte: Mennene stilles opp ved siden av hverandre i en fast rekkefølge, M_1, M_2, M_3. Deretter trekkes en tilfeldig rekkefølge av kvinner som stilles opp foran mannerekken. To som står rett overfor hverandre i denne oppstillingen utgjør et lag. Rekkefølgen av kvinner trekkes slik at alle de 6 mulige rekkefølgene er like sannsynlige. I **tabell 1** er to slike oppstillinger angitt. For eksempel, hvis kvinnerekkefølge 1 i tabellen blir trukket ut, blir sammensetningen av de tre lagene, $(3, M_1), (2, M_2)$ og $(1, M_3)$. I denne lagoppstillingen opptrer et ektepar som lag, nemlig ekteparet $(2, M_2)$. Blant lagene basert på kvinnerekkefølge 2 i tabellen er det ingen ektepar.

Tabell 1

Kvinne-rekkefølge	M_1	M_2	M_3	Antall ektepar blant lagene
1	3	2	1	1
2	3	1	2	0
3				
4				
5				
6				

A. **i.** Fyll ut hele tabell 1 med alle de mulige kvinnerekkefølgene. Fyll også ut siste kolonne som viser antall ektepar blant lagene for de forskjellige kvinnerekkefølgene.

ii. La A_j ($j = 1,2,3$) betegne begivenheten at ektepar *j* (dvs. paret (j, M_j)) blir valgt ut som lag. Vis at $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \dfrac{1}{3}$.

<< **Svar: i:** Utfylt

Kvinne-rekkefølge	M_1	M_2	M_3	Antall ektepar blant lagene
1	3	2	1	1
2	3	1	2	0
3	2	1	3	1
4	2	3	1	0
5	1	2	3	3
6	1	3	2	1

ii. Vi ser at hvert ektepar opptrer to ganger blant de 6 oppstillingene. Dermed

$$P(A_j) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad j = 1,2,3$$ >>

B. **i.** Finn sannsynlighetene, $P(A_1 \cap A_2)$, $P(A_1 \cup A_2)$ og $P(A_2 \mid A_1)$.

ii. Finn sannsynligheten for at *enten* ektepar 1 eller 2, men ikke begge, blir valgt ut som lag.

<< **Svar:**

i: $$P(A_1 \cap A_2) = P(\text{rekke } 5) = \frac{1}{6},$$

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A_2 \mid A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)} = \frac{1/6}{2/6} = \frac{1}{2}$$

ii. Begivenheten *enten* A_1 *eller* A_2, inntreffer for kvinnerekkefølge 1 og 6. Sannsynligheten blir dermed, $2/6 = 1/3$. >>

C. **i.** La X være antall ektepar som er med blant de uttrukne lagene. Bestem sannsynlighetsfordelingen for X.

ii. Beregn forventningen og variansen til X.

[**Hint:** Hvis du ikke har funnet de riktige sannsynlighetene i fordelingen for X, er det OK om du rett og slett bare velger (gjetter) fritt noen sannsynligheter og gjennomfører beregningen ut fra disse.]

<< **Svar:**

i. |Fordelingen for X følger rett fra den utfylte tabell 1 og blir

x	0	1	3
$P(X=x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$

ii. Finner $E(X)=\sum_x xP(X=x)=1,\quad E\left(X^2\right)=\sum_x x^2P(X=x)=2$ og

$\mathrm{Var}(X)=E\left(X^2\right)-\left[E(X)\right]^2=1$ >>