UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt/ekstra eksamen i: ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1
Postponed/extra exam: ECON2200 – Mathematics 1/Micro 1

Eksamensdag: Fredag 19. august 2005
Date of exam: Friday, August 19, 2005

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00
Time for exam: 9:00 a.m. – 3:00 p.m.

Oppgavesettet er på 4 sider
The problem set covers 4 pages **English version on page 3**

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Resources allowed:
- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

Oppgave 1
Anta at et foretak er prisfast kvantumstilpasser og maksimerer profitten sin. Det produserer *Q* enheter av en vare. La *P* være prisen på varen. Kostnadsfunksjonen er gitt ved
C(Q)= $Q^3 - 200Q^2 + 10200Q$.

(a) Finn uttrykk for $\bar{C}(Q) = \dfrac{C(Q)}{Q}$, *C'(Q)* og *C''(Q)* og gi økonomisk tolkning i hvert tilfelle.

(b) Utled tilbudsfunksjonen til foretaket.

Oppgave 2
Anta at en selger er monopolist i både marked *1* og *2*, som er to atskilte markeder. Selgeren har en gitt (allerede produsert) varemengde som er den øvre grense for hvor mye som totalt kan selges i de to markedene. I marked *1* er etterspørselsfunksjonen gitt ved $p_1 = 30 - 1{,}5x_1$ der p_1 er pris og x_1 er kvantum.

(a) Finn uttrykk for grenseinntekten (”marginal revenue”) til selgeren i marked *1*.
(b) Forklar hva dette begrepet sier og hvilke økonomiske effekter som bestemmer størrelsen på grenseinntekten.

I marked *2* er etterspørselsfunksjonen gitt ved $p_2 = 38 - 0,5x_2$ der p_2 er pris og x_2 er kvantum.

Anta først at den varemengden selgeren har til disposisjon er lik 40 enheter.

(c) Analyser hvor mye selgeren vil selge i hvert av de to markedene for å maksimere inntekten.

(d) Sammenlign grenseinntektene i de to markedene i optimum og kommenter resultatet. (Hvis du ikke har løst oppgave c, kan du se på det generelle tilfellet.)

Anta nå at den mengden selgeren har til disposisjon er lik 50 enheter.

(e) Finn hvor mye som nå blir solgt i hvert marked når selgeren maksimerer sin inntekt.

(f) Kommenter grenseinntektene i de to markedene i optimum.

Oppgave 3

(a) Likningen $e^L + KL = Ke^K$ definerer *L* som en deriverbar funksjon av *K*. Finn et uttrykk for *dL/dK*.

(b) Hvis *z=F(u,v,w)* og *u=f(x,y)*, $v = x^2 h(y)$ og *w=1/y*, finn uttrykk for $\partial z / \partial x$ og $\partial z / \partial y$.

Oppgave 4

(a) Finn de verdier av *x* og *y* som løser problemet

maks $ln(\,ax^2 + by^2\,)$ når *rx+wy=m*

der *a, b, r, w* og *m* er positive konstanter. Bruk Lagranges metode.

(b) Kall de optimale verdiene av *x* og *y* for *x* = x*(r,w,m)* og *y* = y*(r,w,m)*.
Regn ut *v(r,w,m)* = $ln(\,a(x^*)^2 + b(y^*)^2\,)$

(c) Verifiser at $\dfrac{\partial v}{\partial r} = -\lambda x^*$

der λ er Lagrange-multiplikatoren fra (a).

Oppgave 5

Anta at et foretak har produktfunksjonen

$Q(L,K) = L^{1/2}K^{1/4}$

der *Q* er produsert mengde, *K* er mengden kapital som benyttes, og *L* er mengden arbeidskraft som benyttes

(a) Vis hvordan produktmengden endres når bruken av arbeidskraft og bruken av kapital begge fordobles.

Foretaket er prisfast kvantumstilpasser i alle markeder og står overfor prisen *1* (én) på arbeidskraft og prisen *4* på kapital. På kort sikt er *K* fast og lik *16*, mens *L* kan tilpasses fritt.

(b) Finn den kortsiktige kostnadsfunksjonen til foretaket.

(c) Finn den tilhørende (kortsiktige) tilbudsfunksjonen når foretaket maksimerer profitten, og *P* betegner produktprisen.

(d) Hva blir profitten når Q=0?

(e) Hva blir profitten når P=2?

Oppgave 6
Anta at en vare omsettes i et frikonkurransemarked der prisen er P og tilbudsfunksjonen er $S(P)$. Anta videre at det er to grupper av forbrukere som utgjør etterspørrerne. Gruppe *1* har etterspørselsfunksjonen $D_1(P, I_1)$ der I_1 er inntekten til gruppe *1*. Gruppe *2* har etterspørselsfunksjonen $D_2(P, I_2)$ der I_2 er inntekten til gruppe *2*. Inntektene oppfattes som eksogene.

(a) Forklar kort (uten å utlede den bakenforliggende tilpasning) hva som er rimelige antagelser om de (partiell)deriverte av tilbuds- og etterspørselsfunksjonene.
(b) Forklar hvordan likevektsprisen kan bestemmes i dette markedet, og forklar hva det innebærer at markedet er i likevekt.

Anta at gruppe *1* får økt sin inntekt, mens inntekten til gruppe *2* er uendret.

(c) Analyser ved hjelp av implisitt derivasjon hva som da skjer med likevektsprisen i markedet, omsatt kvantum og forbruket til hver av de to gruppene.

ENGLISH VERSION

Problem 1
Suppose that a firm is a price taker that maximises its profit. It produces Q units of a good. Let P be the price of the good. The cost function is given by C(Q)= $Q^3 - 200Q^2 + 10200Q$.

(d) Find an expression for $\bar{C}(Q) = \frac{C(Q)}{Q}$, *C'(Q)* and *C''(Q)*, respectively, and offer an economic interpretation in each case.

(e) Derive the supply function of the firm.

Problem 2
Assume that a seller is a monopolist in both market *1* and *2*, which are two separate markets. The seller is endowed with a fixed (already produced) amount of a good, which is the upper bound on the total quantity can be sold in the two markets. In market *1* the demand function is given by $p_1 = 30 - 1{,}5x_1$ where p_1 is the price and x_1 is the quantity.

(a) Find an expression for the marginal revenue of the seller in market *1*.
(b) Explain what this concept means and which economic effects that determine the value of the marginal revenue.

In market *2* the demand function is given by $p_2 = 38 - 0{,}5x_2$ where p_2 is the price and x_2 is the quantity.
Assume initially that the seller is endowed with *40* units.

(f) Analyse how much the seller will sell in each of the two markets in order to maximise revenue.
(g) Compare marginal revenue in the two markets at the optimum and comment on the result. (If you have not answered question (c) you may address the general case.)

Assume now that the endowment of the seller is *50* units.

(h) Find the amount that will be sold in each market when the seller maximises his revenue.
(i) Comment on the marginal revenue in the two markets at the optimum.

Problem 3

(c) The equation $e^L + KL = Ke^K$ defines L as a differentiable function of K. Find an expression for dL/dK.

(d) If $z=F(u,v,w)$ and $u=f(x,y)$, $v = x^2h(y)$ and $w=1/y$, find expressions for $\partial z/\partial x$ and $\partial z/\partial y$.

Problem 4

(d) Find the values of x and y that solve the problem

max $ln(ax^2 + by^2)$ subject to $rx+wy=m$

where a, b, r, w, and m are positive parameters. Use Lagrange's method.

(e) Denote the optimal values of x and y by $x^* = x^*(r,w,m)$ and $y^* = y^*(r,w,m)$, respectively.

Derive the value of $v(r,w,m) = ln(a(x^*)^2 + b(y^*)^2)$.

(f) Verify that $\dfrac{\partial v}{\partial r} = -\lambda x^*$

where λ is the Lagrange multiplier from (a).

Problem 5

Suppose that a firm has a production function

$Q(L,K) = L^{1/2}K^{1/4}$

where Q is output, K is the amount of capital being used, and L is the amount of labour employed by the firm.

(a) Show how the output changes when both capital and labour inputs are doubled.

The firm is a price taker in all markets and faces a price equal to *1* (one) for labour and a price equal to *4* for capital. In the short term K is fixed equal to *16*, whilst L can be freely adjusted.

(b) Find the short term cost function of the firm.

(c) Find the corresponding short term supply function when the firm maximises its profit, and P denotes the output price.

(d) What is the profit when Q=0?

(e) What is the profit when P=2?

Problem 6

Suppose that a good is traded in a perfectly competitive market where the price is P and the supply function is $S(P)$. Assume further that there are two groups of consumers who are buyers. Group *1* has the demand function $D_1(P,I_1)$ where I_1 is the income of group *1*. Group *2* has the demand function $D_2(P,I_2)$ where I_2 is the income of group *2*. The income is perceived as exogenous.

(a) Explain briefly (without deriving the underlying economic behaviour) what are plausible assumptions about the (partial) derivatives of the supply and demand functions.

(b) Explain how the equilibrium price can be determined in this market, and explain the implications of the market being in equilibrium.

Assume that the income of group *1* increases, while the income of group *2* is unchanged.

(c) Analyse, by differentiating implicitly, the effects on the equilibrium market price, the equilibrium quantity, and the consumption of each group.